

Ս. Մ. ՆԻԿՈԼՍԿԻ, Մ. Կ. ՊՈՏԱՊՈՎ,  
Ն. Ն. ՌԵՇԵՏՆԻԿՈՎ, Ա. Վ. ՇԵՎԿԻՆ

# ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ

## 7-րդ դասարանի դասագիրք



Երևան  
«Անտարես»  
2011

ՀՏԳ 373.167.1 : 512 (075.3  
ԳՄԴ 22.14g72  
Ա 791



**Գասագիրքը հաստատված է Հայաստանի Հանրապետության  
կրթության և գիտության նախարարության կողմից**

Թարգմանությունը, փոփոխությունները և խմբագրումը՝ Ռ. Ավետիսյանի

Ա 791 Հանրահաշիվ, 7-րդ դասարանի դասագիրք/թարգմանիչ և խմբագիր՝  
Ռուբեն Ավետիսյան.- Եր.: Անտարես, 2011 - 208 էջ:

Գասագիրքը համապատասխանեցված է առարկայական ծրագրին,  
կատարված են փոփոխություններ:

Պայմանական նշաններ՝

-  - առավել դժվար առաջադրանքներ
-  - առաջադրանքներ բանավոր աշխատանքների համար

ՀՏԳ 373.167.1 : 512 (075.3  
ԳՄԴ 22.14g72

ISBN 978-9939-5-321-8



© Գասագրքերի շրջանառու հիմնադրամ, 2011  
© «Անտարես» հրատարակչություն, 2011  
© «Просвещение» հրատարակչություն, 2011

# ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

$$a^m \cdot a^n =$$

$$(a - b)^2 =$$

$$(a - b)(a + b) =$$

## § 1. Միանդամներ

### 1.1. Թվային արտահայտություններ

Շատ խնդիրներ լուծելիս հարկ է լինում տրված թվերի հետ կատարել թվաբանական գործողություններ՝ գումարում, հանում, բազմապատկում և բաժանում: Մակայն հաճախ, մինչ այդ գործողությունները մինչև վերջ հասցնելը, անհրաժեշտ է նախապես նշել դրանց կատարման հերթականությունը: Դա բերում է նրան, որ խնդրի տվյալներից ելնելով և օգտագործելով թվեր, գործողություններ և փակագծեր՝ կազմվում է **թվային արտահայտություն**:

Բերենք թվային արտահայտությունների օրինակներ՝

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{13} - (3 - 5) \cdot \frac{3}{4};$$

$$(937 - 811) : 63 + \frac{3 - 21}{9} - 2 \cdot (7 - 16 : 2);$$

$$(39 - 15) : 8 + \frac{3 \cdot 4}{3 - 7};$$

Եթե թվային արտահայտության մեջ կատարենք նրա մեջ նշված բոլոր գործողությունները, ապա արդյունքում կստանանք թիվ, որի մասին ասում են, որ այն հավասար է տված թվային արտահայտությանը: Այդ թիվն անվանում են նաև **թվային արտահայտության արժեք**:

Այսպես, օրինակ, առաջին թվային արտահայտությունը հավասար է 2-ի, երկրորդը նույնպես հավասար է 2-ի, իսկ երրորդը հավասար է 0-ի: Դրա համար էլ գրում են՝

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{5}{13} - (3 - 5) \cdot \frac{3}{4} = 2;$$

$$(937 - 811) : 63 + \frac{3 - 21}{9} - 2 \cdot (7 - 16 : 2) = 2;$$

$$(39 - 15) : 8 + \frac{3 \cdot 4}{3 - 7} = 0:$$

Թվային արտահայտությունները երբեմն օգտագործում են տեքստային խնդիրներ լուծելիս:

**Խնդիր 1.** Ճանապարհորդը 3 ժամ գնաց 4 կմ/ժ արագությամբ և 2 ժամ՝ 5 կմ/ժ արագությամբ: Որոշել նրա միջին արագությունը ճանապարհի նրա անցած մասում: (Միջին արագությունը անցած ամբողջ ճանապարհի և ծախսած ամբողջ ժամանակի (հաշված նաև կանգառների վրա ծախսած ժամանակը) հարաբերությունն է):<sup>(1)</sup>

**Լուծում:** Ճանապարհորդը անցավ  $3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 22$  (կմ)  $3 + 2 = 5$  (ժ)-ում: Ուստի նրա միջին արագությունը այդ ճանապարհամասում հավասար է  $22 : 5 = 4,4$  (կմ/ժ):

Այս խնդրի լուծումը կարելի է հակիրճ գրել թվային արտահայտության օգնությամբ՝

$$\frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{3 + 2} = \frac{22}{5} = 4,4 \text{ (կմ/ժ)}$$

**Պատասխան՝** 4,4 կմ/ժ:

**Խնդիր 2.** 300 գ զանգվածով առաջին համաձուլվածքը պարունակում է 20% անագ, իսկ 700 գ զանգվածով երկրորդ համաձուլվածքը՝ 40% անագ: Որոշել անագի պարունակության տոկոսը նոր համաձուլվածքում, որը ստացվել է առաջին և երկրորդ համաձուլվածքները միասին ձուլելուց:

**Լուծում:** Առաջին համաձուլվածքը պարունակում է  $300 \cdot 0,2 = 60$  (գ) անագ, իսկ երկրորդը՝  $700 \cdot 0,4 = 280$  (գ) անագ: Հետևաբար՝  $300 + 700 = 1000$  (գ) զանգված ունեցող նոր համաձուլվածքը պարունակում է  $60 + 280 = 340$  (գ) անագ, որը կազմում է նոր համաձուլվածքի

$$\frac{340 \cdot 100}{1000} = 34 \text{ (\%)-ը:}$$

<sup>(1)</sup> Խմբագրի կողմից ավելացրած տեքստային հատվածները և խնդիրները սկսվում են [ և ավարտվում ] նշաններով:

Այս խնդրի լուծումը կարելի է հակիրճ գրել թվային արտահայտության օգնությամբ՝

$$\frac{(300 \cdot 0,2 + 700 \cdot 0,4) \cdot 100}{300 + 700} = \frac{340 \cdot 100}{1000} = 34(\%):$$

**Պատասխան՝** 34 (%) :

Ընդգծենք, որ թվային արտահայտությունից որոշվում է, թե տված թվերի հետ ինչ թվաբանական գործողություններ և ինչ հերթականությամբ պետք է կատարել: Փակագծերն օգնում են գործողությունների հերթականությունը նշելու համար:

Ենթադրվում է, որ բոլոր գործողությունները հնարավոր է իրագործել: Պարզաբանենք այս նախադասությունը: Ցանկացած թվերի համար միշտ հնարավոր է կատարել գումարման, հանման և բազմապատկման գործողությունները: Իսկ ահա մի թիվ կարելի է բաժանել մյուս թվի վրա, եթե վերջինս հավասար չէ գրոյի՝ գրոյի վրա բաժանել չի կարելի: Եթե տված թվային արտահայտության մեջ հաշվարկների մի որևէ քայլում պահանջվում է բաժանել գրոյի վրա, ապա այդ թվային արտահայտությունը իմաստ չունի:

Օրինակ՝

$$0,37 - \frac{3,1 + 0,172}{1,5 + (2 - 5) : 2}; \quad \frac{35,079}{\frac{1}{3} - 3 : 9}$$

արտահայտությունները իմաստ չունեն, որովհետև նրանցում նշված գործողությունների կատարման պրոցեսում հարկ կլինի կատարել բաժանում գրոյի վրա:

Նշենք, որ թվային արտահայտությունը կարող է բաղկացած լինել մի թվից:

1. ա) Ո՞ր թվային արտահայտությունը իմաստ ունի և ո՞րը իմաստ չունի:  
բ) Կարո՞ղ է արդյոք թվային արտահայտությունը բաղկացած լինել մի թվից:

2. Գտեք թվային արտահայտության արժեքը.

ա)  $2 : \left(-6 \frac{7}{13} + 3 \frac{17}{39}\right);$

դ)  $\left(3,5 \cdot 24 - 5 \frac{2}{3} : \frac{1}{18}\right) \cdot 5;$

բ)  $3 \cdot \left(5 \frac{4}{9} - 6 \frac{5}{18}\right);$

ե)  $\left(-12 \frac{2}{3}\right) : 3 \frac{1}{6} + 13,5 : 4,5;$

գ)  $6 \cdot (-1,25) + (-4) : \left(-1 \frac{1}{3}\right);$

զ)  $\left(4,3 - 5 \frac{4}{15}\right) \cdot 4 \frac{4}{29} - 2,5 \cdot 2:$

3. Պարզեք, թե հետևյալ արտահայտություններից որոնք իմաստ ունեն և գտեք նրանց թվային արժեքները.

$$\text{ա) } \frac{4 \frac{1}{3} + 5,4 - 0,26}{0,023 - 0,1} : \left( -5 + 7 \frac{2}{3} - 2 \frac{2}{3} \right);$$

$$\text{բ) } 3 \frac{1}{7} + 1 \frac{1}{4} \cdot \left( 75 : \frac{25}{3} - 14 \right) \cdot \frac{4}{7};$$

$$\text{գ) } \left( \frac{3,4 + 6 \frac{5}{9}}{5 \frac{7}{8} - 2 \frac{1}{4} - 0,5} : \left( 12 \frac{8}{11} - 8 \frac{50}{99} \right) \right) \cdot \left( 2 \frac{3}{8} - 1 \frac{5}{8} \right);$$

4. Կազմեք թվային արտահայտություն, որի արժեքը հավասար է 100; 0,2; -4:

5. Իմաստ ունի՞ արդյոք տված թվային արտահայտությունը.

$$\text{ա) } \frac{6,19}{6,24 - 3,12 \cdot 2};$$

$$\text{բ) } \frac{7,8}{-5,64 - 3,1233};$$

$$\text{գ) } \frac{2,4 : 3}{0,6 - 1,8 : 3};$$

$$\text{դ) } \frac{3,4 \cdot 1,4}{-1,8 - 3 \frac{2}{3} \cdot (-2)};$$

6. Գրեք՝

ա) (-2) և 3 թվերի արտադրյալը,

բ) 12 թվի կրկնապատիկը,

գ) 0,5 և 4 թվերի քանորդը,

դ) 5 թվի եռապատիկը,

ե) 2 և 3 թվերի գումարի կրկնապատիկը,

զ) -5 և 4 թվերի արտադրյալը,

է) 7 և 2 թվերի արտադրյալի կրկնապատիկը,

ը) 4 թվի և 6 թվի կրկնապատիկի արտադրյալը:

7. ա) Ջրոսաշրջիկը 1 ժամ գնաց 5 կմ/ժ արագությամբ և 4 ժամ՝ 4 կմ/ժ արագությամբ: Որոշեք զրոսաշրջիկի միջին արագությունը նրա անցած ճանապարհամասում:

բ) Ջրոսաշրջիկը 1 ժամ գնաց 4 կմ/ժ արագությամբ և 4 ժամ՝ 5 կմ/ժ արագությամբ: Որոշեք զրոսաշրջիկի միջին արագությունը նրա անցած ճանապարհամասում:

8. ա) 300 գ զանգվածով առաջին համաձուլվածքը պարունակում է 40% անագ, իսկ 200 գ զանգվածով երկրորդ համաձուլվածքը՝ 30% անագ: Որոշեք այդ համաձուլվածքները իրար հետ ձուլելուց ստացված նոր համաձուլվածքում անագի պարունակության տոկոսը:  
բ) 300 գ զանգվածով առաջին համաձուլվածքը պարունակում է 30% անագ, իսկ 200 գ զանգվածով երկրորդ համաձուլվածքը՝ 40% անագ: Որոշեք այդ համաձուլվածքները իրար հետ ձուլելուց ստացված նոր համաձուլվածքում անագի պարունակության տոկոսը:
9. ա) Ծառայողի աշխատավարձը 200000 դրամ էր: Սկզբում այն բարձրացրին 30%-ով: Որոշ ժամանակ անց նոր աշխատավարձը բարձրացրին ևս 20%-ով: Որոշեք ծառայողի վերջնական աշխատավարձը:  
բ) Ապրանքի գինը 3000 դրամ էր: Սկզբում այն իջեցրին 20%-ով: Որոշ ժամանակ անց ստացված նոր գինը իջեցրին ևս 10%-ով: Որոշեք ապրանքի վերջնական գինը:

## 1.2 Տառային արտահայտություններ

*Եթե թվային արտահայտության մեջ մտնող որոշ թվեր (կամ բոլորը) փոխարինվեն տասերով (տարբեր թվերը՝ տարբեր տասերով), ապա կստացվի տառային արտահայտություն:*

Ավելի հաճախ օգտագործում են լատինական այբուբենի տառերը:

**ՕՐԻՆԱԿ 1.** Եթե

$$\frac{5 + 3}{2}$$

թվային արտահայտության մեջ 5 թիվը փոխարինենք  $a$  տառով, 3 թիվը՝  $b$  տառով և 2 թիվը  $c$  տառով, ապա կստանանք

$$\frac{a + b}{c}$$

տառային արտահայտությունը:

**ՕՐԻՆԱԿ 2.** Եթե

$$\frac{(5 - 3) + (5 - 2)}{5 - 1}$$

թվային արտահայտության մեջ 5 թիվը փոխարինենք  $x$  տառով և 3 թիվը  $y$  տառով, ապա կստանանք

$$\frac{(x - y) + (x - 2)}{x - 1}$$

տառային արտահայտությունը:

Ահա տառային արտահայտությունների այլ օրինակներ՝

$$a + (-a) - (a + 3); x + (y + z); \frac{a}{b}; \frac{x + a}{c - 1,3}$$

Տառային արտահայտությունը կարող է կազմված լինել նաև մեկ տառից, օրինակ՝  $a, c, n, x$ :

Տառային արտահայտությունները երբեմն օգտագործում են տեքստային խնդիրներ լուծելիս: Ընդ որում՝ խնդրի լուծումը տառային արտահայտություն կազմելով հաճախ անվանում են **խնդրի լուծում ընդհանուր տեսքով**: Այս հնարանքը հաճախ օգտագործում են երկրաչափության և ֆիզիկայի մեջ:

Տառային արտահայտությունները կիրառվում են բանաձևեր գրառելիս: **Բանաձևեր** մաթեմատիկական և այլ օրենքների գրառումն է տառային արտահայտությունների միջոցով:

Որոշ բանաձևերի մենք արդեն ծանոթ ենք: Օրինակ՝

- 1)  $p = 2(a + b)$ -ն  $a$  և  $b$  կողմերով ուղղանկյան պարագծի բանաձևն է,
- 2)  $s = ab$ -ն  $a$  և  $b$  կողմերով ուղղանկյան մակերեսի բանաձևն է,
- 3)  $V = abc$ -ն  $a, b, c$  չափումներն ունեցող ուղղանկյունանիստի ծավալի բանաձևն է,
- 4)  $s = vt$ -ն հավասարաչափ շարժման դեպքում անցած ճանապարհի բանաձևն է, որտեղ  $v$ -ն շարժման արագությունն է, իսկ  $t$ -ն՝ ժամանակը,
- 5)  $p = 4a$ -ն  $a$  կողմով քառակուսու պարագծի բանաձևն է,
- 6)  $s = a^2$ -ն  $a$  կողմով քառակուսու մակերեսի բանաձևն է:

**ԽՆԳԻՐ 1.** Երկու եղբայր հավաքում են փոստային դրոշմանիշեր: Ավագ եղբայրն ունի 3 անգամ ավելի դրոշմանիշ, քան փոքր եղբայրը, իսկ երկուսով միասին ունեն  $a$  դրոշմանիշ: Նրանցից յուրաքանչյուրը քանի՞ դրոշմանիշ ունի:

**Լուծում:** Փոքր եղբոր մոտ բոլոր դրոշմանիշերի 1 մասն է, մեծ եղբոր մոտ՝ 3 այդպիսի մասեր, իսկ  $a$  հատ դրոշմանիշին համապատասխանում է  $1 + 3 = 4$

մաս: Այդ դեպքում 1 մասին կհամապատասխանի  $\frac{a}{4}$  դրոշմանիշ, իսկ 3 մասին՝

$\frac{3a}{4}$  դրոշմանիշ: Այսպիսով, փոքր եղբայրն ունի  $\frac{a}{4}$  դրոշմանիշ, մեծ եղբայրը՝

$\frac{3a}{4}$  դրոշմանիշ:

**Պատասխան.**  $\frac{a}{4}$  դրոշմանիշ և  $\frac{3a}{4}$  դրոշմանիշ:



**ԽՆԳԻՐ 2.** Ջրոսաշրջիկը  $a$  ժամ գնաց 5 կմ/ժ արագությամբ և  $b$  ժամ՝ 4 կմ/ժ արագությամբ: Ջրոշեք զբոսաշրջիկի միջին արագությունը նրա անցած ճանապարհամասում:

**Լուծում:** Ջրոսաշրջիկը  $(a + b)$  ժ-ում անցել է  $(5a + 4b)$  կմ: Ուստի նրա միջին արագությունը անցած ճանապարհամասում հավասար է  $\frac{5a + 4b}{a + b}$  կմ/ժ:

**Պատասխան՝**  $\frac{5a + 4b}{a + b}$  կմ/ժ:

**ԽՆԳԻՐ 3.** Ավանդատուն բանկ դրեց  $a$  դրամ: Բանկը պարտավորվում է յուրաքանչյուր ամիս նրան վճարել սկզբում ներդրված գումարի  $p$  %-ը: Ինչպիսի՞ն կլինի ավանդատուի շահույթը 7 ամիս հետո:

**Լուծում:** Յուրաքանչյուր ամիս բանկը ավանդատուին վճարում է  $a \cdot \frac{p}{100}$  դրամ: Հետևաբար 7 ամսվա ընթացքում ավանդատուի շահույթը կկազմի  $\frac{7ap}{100}$  դրամ:

**Պատասխան՝**  $\frac{7ap}{100}$  դրամ:

**ԽՆԳԻՐ 4.** Ավանդատուն բանկ դրեց  $a$  դրամ: Բանկը պարտավորվում է յուրաքանչյուր տարվա վերջում նրա հաշվին ավելացնել տվյալ տարում նրա հաշվին եղած գումարի  $p$  %-ը: Ինչպիսի՞ գումար կլինի ավանդատուի հաշվում երկրորդ տարվա վերջում:

**Լուծում:** Առաջին տարվա վերջում ավանդատուի ներդրած  $a$  դրամը կավելանա  $\frac{a \cdot p}{100}$  դրամով և կկազմի  $b = a + \frac{a \cdot p}{100} = a \left( 1 + \frac{p}{100} \right)$  դրամ: Երկրորդ տարվա վերջում արդեն  $b$  դրամը կավելանա  $p$  %-ով և ավանդատուի գումարը կկազմի

$$b \left( 1 + \frac{p}{100} \right) = a \left( 1 + \frac{p}{100} \right) \left( 1 + \frac{p}{100} \right) \text{ (դրամ):}$$

**Պատասխան՝**  $a \left( 1 + \frac{p}{100} \right) \cdot \left( 1 + \frac{p}{100} \right)$  դրամ:

Տառային արտահայտությունները անվանում են նաև հանրահաշվական արտահայտություններ, թվերը նույնպես անվանում են **հանրահաշվական արտահայտություններ**:

Եթե տված երկու հանրահաշվական արտահայտություններ միացնենք գումարման, հանման, բազմապատկման կամ բաժանման գործողություններ-

րով, ապա նորից կստանանք հանրահաշվական արտահայտություն, որը համապատասխանաբար անվանում են **տրված հանրահաշվական արտահայտությունների գումար, տարբերություն, արտադրյալ կամ քանորդ**: Իհարկե, ոչ բոլոր երկու արտահայտությունների համար կարելի է սահմանել նրանց քանորդը: Դա կապված է 0-ի վրա բաժանելու անթույլատրելիության հետ:

Օրինակ՝  $a + 1$  և  $a - b$  երկու հանրահաշվական արտահայտությունների գումարը, տարբերությունը, արտադրյալը և քանորդը հետևյալ տեսքերն ունեցող հանրահաշվական արտահայտություններն են՝

$$(a + 1) + (a - b),$$

$$(a + 1) - (a - b),$$

$$(a + 1) \cdot (a - b),$$

$$(a + 1) : (a - b) \text{ կամ } \frac{a + 1}{a - b}$$

Բազմապատկման նշանը հաճախ բաց են թողնում:

Օրինակ՝  $(a + 1) \cdot (a - b)$  արտադրյալը գրառում են այսպես՝

$$(a + 1)(a - b):$$

10. ա) Ի՞նչն են անվանում տառային արտահայտություն: Բերեք օրինակներ:
  - բ) Կարո՞ղ է արդյոք տառային արտահայտությունը բաղկացած լինել մեկ տառից:
  - դ) Կարելի՞ է արդյոք թիվը անվանել տառային արտահայտություն:
  - դ) Ի՞նչն են անվանում երկու հանրահաշվական արտահայտությունների գումար, տարբերություն, արտադրյալ և քանորդ: Բերեք օրինակներ:
  - ե) Կարելի՞ է արդյոք հանրահաշվական արտահայտությունների արտադրյալում բաց թողնել բազմապատկման նշանը:
11. Տրված թվային արտահայտությունում 5 թիվը փոխարինե՛ք  $a$  տառով: Գրեք ստացված տառային արտահայտությունը.
 

ա) $7 \cdot 5 - 1$ ,	բ) $2 \cdot 5 - 5 : 3$ :
----------------------	--------------------------
  12. Բերեք տառային արտահայտությունների օրինակներ:
  13.  $a + 3$  տառային արտահայտության մեջ  $a$  տառի փոխարեն տեղադրեք հետևյալ թիվը.
 

ա) 5,	բ) 3,	գ) 1,
դ) 0,	ե) -1,	զ) -3:

14. Գտեք  $7 + x$  տառային արտահայտության արժեքը, երբ  $x$ -ը հավասար է.

- ա) 0,                      բ) 3,                      գ) -1,  
դ) -4,                      ե) -7,                      զ) -10:

15.  $a + 2$  արտահայտությունը  $a$ -ի և 2-ի գումարն է,  $3 - x$  արտահայտությունը 3-ի և  $x$ -ի տարբերությունն է: Դրանց օրինակով կարդացեք արտահայտությունը.

- ա)  $5 + a$ ,              բ)  $7 - a$ ,              գ)  $4 - x$ ,              դ)  $a + 12$ ,  
ե)  $2a$ ,                  զ)  $7b$ ,                  է)  $-3a$ ,                  լ)  $a + (-3)$ :

16. Օգտվելով բերված նմուշօրինակից՝ հաշվեք տրված տառային արտահայտության արժեքը.

ա)  $10 - 4x$ , երբ  $x = -5$   
**Լուծում:** Երբ  $x = -5$ , ապա  
 $10 - 4x = 10 - 4(-5) = 10 + 20 = 30$ :

- բ)  $2x + 1$ , երբ  $x = 5$                       գ)  $6 + 8x$ , երբ  $x = -1$   
դ)  $5 - 4a$ , երբ  $a = 2$                       է)  $3 - 7b$ , երբ  $b = -2$ :

Գտեք տառային արտահայտության արժեքը (17-18).

17.    ա)  $a + b$ , երբ  $a = 1, b = 3$                       բ)  $a - b$ , երբ  $a = -2, b = 4$   
      զ)  $2x - y$ , երբ  $x = 5, y = 6$                       դ)  $3x - 2y$ , երբ  $x = -1, y = -4$ :

18.    ա)  $ab$ , երբ  $a = \frac{3}{4}, b = 1\frac{3}{5}$ ,                      բ)  $2(a + b)$ , երբ  $a = \frac{3}{10}, b = 1\frac{1}{2}$ ,  
      զ)  $abc$ , երբ  $a = \frac{1}{3}, b = 1\frac{1}{2}, c = 2$ :

Գտեք յուրաքանչյուր տառային արտահայտության արժեքը  $x$ -ի նշված արժեքների դեպքում (19-20).

19.

$x$	1	3	0	-1	-5	$\frac{1}{3}$
$x - 1$						
$2x + 1$						
$3 - 3x$						
$1 + \frac{1}{2}x$						

20.

$x$	1	2	5	0	-2	-4
$2x$						

21.

ա)  $\frac{2 \cdot 5 - 5 : 3}{7 \cdot 5 - 1}$  թվային արտահայտության մեջ 5 թիվը փոխարինեք  $a$  տառով և գրեք ստացված հանրահաշվական արտահայտությունը:  
 բ)  $4 \cdot (6 \cdot 3 - 6) (4 \cdot 3 - 4)$  թվային արտահայտության մեջ 4 թիվը փոխարինեք  $a$  տառով, 6 թիվը՝  $b$  տառով և գրեք ստացված հանրահաշվական արտահայտությունը:

22.

Քառակուսու կողմը  $a$  է: Գրեք քառակուսու պարագծի և մակերեսի բանաձևերը:

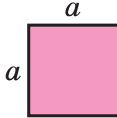
23.

Գրեք հանրահաշվական արտահայտություն, որի օգնությամբ հաշվվում է՝  
 ա) հավասարաչափ շարժման դեպքում անցած ճանապարհը, եթե շարժվող մարմնի արագությունը  $v$  է, իսկ շարժման տևողությունը՝  $t$ :  
 բ)  $a$  երկարությամբ և  $b$  լայնությամբ ուղղանկյան մակերեսը:  
 գ)  $k$  երկարությամբ և  $t$  լայնությամբ ուղղանկյան պարագիծը:  
 դ)  $a$ ,  $b$  և  $c$  կողերի երկարություններ ունեցող ուղղանկյունանիստի ծավալը:

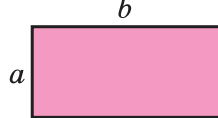
24.

Տրված պատկերի  $S$  մակերեսը հաշվելու համար կազմեք տառային արտահայտություն (նկ. 1).

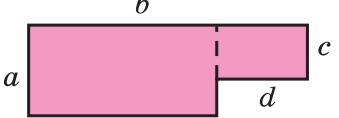
ա)



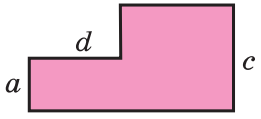
բ)



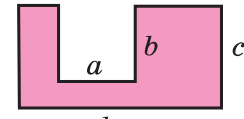
գ)



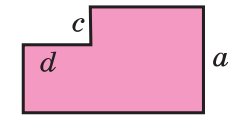
դ)



ե)

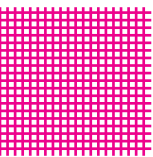


զ)



Նկ. 1

25. Գրեք  $(a + b)$  և  $(3 - c)$  երկու հանրահաշվական արտահայտությունների գումարը, տարբերությունը, արտադրյալը և քանորդը:
26.  $2n$  հանրահաշվական արտահայտությամբ, որտեղ  $n$ -ը ցանկացած բնական թիվ է, տրվում են 2-ի վրա բաժանվող բնական թվերը (գույգ թվերը): Գրեք հանրահաշվական արտահայտություն, որով տրվում են՝  
 ա) 5-ի վրա առանց մնացորդի բաժանվող ամբողջ թվերը,  
 բ) բնական թվերը, որոնք 5-ի բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 3:
27. ա) Երկու եղբայր փոստային դրոշմանիշեր են հավաքում: Ավագ եղբոր դրոշմանիշերը  $n$  անգամ ավել են փոքր եղբոր դրոշմանիշերի քանակից: Քանի՞ դրոշմանիշ ունի նրանցից յուրաքանչյուրը, եթե երկուսով միասին ունեն 150 դրոշմանիշ:  
 բ)  $a$  սմ երկարությամբ հատվածը բաժանեք  $b : c$  հարաբերությամբ մասերի:  
 գ)  $a$  սմ երկարությամբ հատվածը բաժանեք երկու մասի այնպես, որ դրանցից մեկի երկարությունը  $n$  անգամ մեծ լինի մյուսի երկարությունից:
28. Ջրոսաշրջիկը 2 ժամ գնաց  $x$  կմ/ժ արագությամբ և 3 ժամ՝  $y$  կմ/ժ արագությամբ: Գտեք զրոսաշրջիկի միջին արագությունը նրա անցած ճանապարհամասում:
29. Նավակի սեփական արագությունը (կանգնած ջրում)  $u$  կմ/ժ է, իսկ գետի հոսանքի արագությունը՝  $v$  կմ/ժ: A և B նավակայանների հեռավորությունը 60 կմ է: Որոշեք այն ժամանակը, որի ընթացքում նավակը գնում է A-ից B և վերադառնում:
30. ա) 400 գ զանգվածով առաջին համաձուլվածքը պարունակում է  $p$  % անագ, իսկ 100 գ զանգվածով երկրորդ համաձուլվածքը՝  $q$  % անագ: Որոշեք այդ համաձուլվածքները միասին ձուլելուց ստացված համաձուլվածքում անագի պարունակության տոկոսը:  
 բ)  $x$  գ զանգվածով առաջին համաձուլվածքը պարունակում է 60% անագ, իսկ  $y$  գ զանգվածով երկրորդ համաձուլվածքը՝ 40% անագ: Որոշեք այդ համաձուլվածքները միասին ձուլելուց ստացված համաձուլվածքում անագի պարունակության տոկոսը:
31. ա) Ավանդատուն բանկ դրեց  $a$  դրամ: Բանկը պարտավորվում է նրան յուրաքանչյուր ամիս վճարել սկզբնական ներդրված գումարի  $p$  %-ը: Ինչպիսի՞ն կլինի ավանդատուի շահույթը մեկ տարի հետո:



բ) Ավանդատուն բանկ դրեց  $a$  դրամ: Բանկը պարտավորվում է յուրաքանչյուր տարվա վերջում նրա հաշվին ավելացնել տվյալ տարում նրա հաշվին եղած գումարի  $p$  %-ը: Ի՞նչ գումար կլինի ավանդատուի հաշվում երրորդ տարվա վերջում:

### 1.3 Միանդամի հասկացությունը

Պարզագույն հանրահաշվական արտահայտությունները միանդամներն են: **Միանդամ** անվանում են թվերի և տառերի արտադրյալ հանդիսացող հանրահաշվական արտահայտությունը: Այդ տառերը և թվերը անվանում են տվյալ միանդամի **արտադրիչներ**:

Օրինակ՝  $3abc$  հանրահաշվական արտահայտությունը միանդամ է, նրա արտադրիչներն են  $3$  թիվը և  $a, b, c$  տառերը:

Նկատենք, որ այդ միանդամի գրառման մեջ բաց են թողնված բազմապատկման նշանները:

Ահա միանդամների այլ օրինակներ՝

$$x \cdot (-3) \cdot y \cdot 1 \cdot x, 1 \cdot a \cdot (-1) \cdot b, a \cdot 0 \cdot b \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot a:$$

Այս գրառումների մեջ բազմապատկման նշանները բաց չեն թողնված:

**Թիվը կամ մեկ գառը նույնպես անվանում են միանդամ:**

Օրինակ,  $a, b, c, 1, -\frac{1}{3}, 0$  հանրահաշվական արտահայտությունները միանդամներ են:

$0$  թիվը անվանում են **զրոյական միանդամ**:

Ձևակերպենք միանդամների որոշ հատկություններ:

**Հատկություն 1.** Երկու միանդամներ համարում են իրար հավասար, եթե նրանք իրարից տարբերվում են միայն արտադրիչների հերթականությամբ:

Երկու միանդամների իրար հավասար լինելը գրառելու համար օգտագործում են հավասարության նշան:

$a3bc$  և  $3cba$  միանդամները իրար հավասար են, որովհետև տարբերվում են միայն արտադրիչների հերթականությամբ, դրա համար էլ գրում են

$$a3bc = 3cba$$

հավասարությունը:

**Հատկություն 2.** Երկու միանդամներ համարում են իրար հավասար, եթե նրանցից մեկը ստացվել է մյուսից նրա մեջ մտնող թվային արտադրիչները նրանց արտադրյալով փոխարինելով: Օրինակ՝

$$a \cdot 7 \cdot (-3) \cdot b = a(-21) \cdot b$$

$$c \cdot 2 \cdot 4 \cdot b \cdot 3 \cdot 1 \cdot a = c \cdot 6 \cdot 4 \cdot b \cdot 1 \cdot a$$

**Հատկություն 3.** Միանդամը համարում են հավասար զրոյի, եթե նրա արտադրիչների մեջ կա զրո թիվը: Օրինակ՝

$$a \cdot (-1) \cdot b \cdot 0 \cdot c = 0$$

$$0 \cdot 3 \cdot c \cdot b = 0:$$

Այսպիսով, միանդամը, որի արտադրիչների մեջ կա զրո թիվը, հանդիսանում է զրոյական միանդամ: Մնացած միանդամներն անվանում են ոչ զրոյական:

**Հատկություն 4.** Երկու միանդամներ համարում են իրար հավասար, եթե նրանցից մեկը ստացվում է մյուսից՝ 1 արտադրիչը բաց թողնելով: Օրինակ՝

$$a \cdot 1 \cdot b \cdot c = abc$$

$$1 \cdot abd = abd:$$

32. ա) Ի՞նչն են անվանում միանդամ. բերեք օրինակներ:  
 բ) Ի՞նչն են անվանում միանդամի արտադրիչներ. բերեք օրինակներ:  
 գ) Թիվը և տառը միանդամներ են:  
 դ) Ի՞նչն են անվանում զրոյական միանդամ. բերեք օրինակներ:
33. Բերեք միանդամների հավասարության օրինակներ:
34. Միանդամ են արդյոք հետևյալ արտահայտությունները.  
 ա)  $a$ ;                      բ)  $a + b$ ;                      գ)  $ba$ ;                      դ)  $b2c$ ;  
 ե)  $\frac{ab}{a + b}$ ;                      զ)  $\frac{ax}{b}$ ;                      է)  $\frac{3}{4}xy$ ;                      ը)  $7a - 3$ ;  
 թ)  $-1,26$ ;                      ժ)  $(a - b) \cdot 3$ ;                      ի)  $\frac{p}{b}axy$ ;                      լ)  $0$ :
35. Անվանեք միանդամի թվային և տառային արտադրիչները.  
 ա)  $a^9$ ;                      բ)  $0,6xy$ ;                      գ)  $c \frac{2}{3}$ ;                      դ)  $b4c$ ;  
 ե)  $x(-1)y$ ;                      զ)  $a$ ;                      է)  $5kb$ ;                      ը)  $0,21axy$ :
36. Գրեք բոլոր այն միանդամները, որոնք ստացվում են տված միանդամում արտադրիչների տեղերը փոխելիս.  
 ա)  $3ab$ ;                      բ)  $d(-2)3c$ ;                      գ)  $x7yz$ ;                      դ)  $a4$ ;  
 ե)  $ab3$ ;                      զ)  $2ak5$ ;                      է)  $a(-2)bc$ :

37. Պարզեցրեք միանդամի գրությունը.

ա)  $0ab$ ;

բ)  $xy0z$ ;

գ)  $1kpx$ ;

դ)  $ab1m$ ;

ե)  $a5b(-3)c(-8)$ ; զ)  $6x \frac{1}{2} y \left(-\frac{1}{3}\right) z$ :

### 1.4 Միանդամների արտադրյալը, բնական ցուցիչով աստիճան

**Միանդամների արտադրյալը** հավասար է մի միանդամի, որի արտադրիչները տվյալ միանդամների բոլոր արտադրիչներն են:

Օրինակ՝  $a3$  և  $bca$  միանդամների արտադրյալը  $a3bca$  միանդամն է, որը գրում են հետևյալ հավասարության տեսքով՝

$$a3 \cdot bca = a3bca:$$

$k$  հատ արտադրիչների արտադրյալը, որոնցից յուրաքանչյուրը  $a$  է, կարճ նշանակում են  $a^k$  և անվանում  $a$ -ի  **$k$ -րդ աստիճան**:  **$k$ -ն կոչվում է աստիճանացույց, իսկ  $a$ -ն հիմք**:

Օրինակ՝ գրում են՝

$$a a = a^2$$

$$a a a = a^3$$

$$a a a a = a^4$$

.....

և համապատասխանաբար ասում, որ

$a$ -ն  $a$ -ով բազմապատկած հավասար է  $a$ -ի երկրորդ աստիճանի կամ  $a$  քառակուսու:  $a$ -ի հավասար երեք արտադրիչների արտադրյալը հավասար է  $a$ -ի երրորդ աստիճանի կամ  $a$ -ի խորանարդի:

$a$ -ի հավասար չորս արտադրիչների արտադրյալը հավասար է  $a$ -ի չորրորդ աստիճանի և այլն:

Գրում են նաև

$$a^1 = a$$

և ասում, որ  **$a$ -ի առաջին աստիճանը հավասար է  $a$ -ի**:

Եթե  $m$ -ը և  $n$ -ը բնական թվեր են, ապա տեղի ունեն հետևյալ հավասարությունները՝

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (1)$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n \quad (2)$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (3)$$



(1) հավասարությունը նշանակում է, որ միևնույն հիմքով աստիճանները բազմապատկելիս հիմքը մնում է նույնը, իսկ աստիճանները գումարվում են:

(2) հավասարությունը նշանակում է, որ տառերի արտադրյալը աստիճան բարձրացնելիս պետք է տառերից յուրաքանչյուրը բարձրացնել այդ աստիճան և արդյունքները բազմապատկել:

(3) հավասարությունը նշանակում է, որ տառի աստիճանը աստիճան բարձրացնելիս հիմքը թողնում են անփոփոխ, իսկ աստիճանները՝ բազմապատկում:

(1), (2) և (3) հավասարությունների ճշմարիտ լինելը հաստատվում է հետևյալ օրինակներով<sup>(1)</sup>

$$a^3 a^2 = aaa \cdot aa = aaaaa = a^5 = a^{3+2}$$

$$a^1 a^3 = a \cdot aaa = aaaa = a^4 = a^{1+3}$$

$$(ab)^2 = ab ab = aa \cdot bb = a^2 b^2$$

$$(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = aaaaaa = a^6 = a^{2 \cdot 3}$$

Միանդամի գրառման պարզեցման համար միևնույն տառերը փոխարինում են դրանց համապատասխան աստիճաններով: Օրինակ, գրում են՝

$$(-3)aaab = (-3) a^3 b:$$

Ձևակերպենք միանդամների ևս երեք հատկություններ:

**Հատկություն 5.** Երկու միանդամներ համարում են իրար հավասար, եթե նրանցից մեկը ստացվում է մյուսից՝ միևնույն տառը հանդիսացող արտադրիչները փոխարինելով նրանց համապատասխան աստիճաններով:

Օրինակ՝

$$5a^2 bab^3 = 5a^3 b^4,$$

$$2a^3 baa3b^2 = 2a^5 3b^3:$$

**Հատկություն 6.** Եթե միանդամի առջև դնենք «+» նշանը, ապա կստացվի սկզբնական միանդամին հավասար միանդամ:

Օրինակ՝

$$+abc = abc$$

$$+(-7)ab = (-7)ab:$$

**Հատկություն 7.** Եթե միանդամի առջև դնենք «-» (մինուս) նշանը, ապա կստացվի միանդամ, որը հավասար է սկզբնական միանդամի և (-1) թվի արտադրյալին:

---

[<sup>(1)</sup> դրանց խիստ ապացույցները հիմնվում են մաթեմատիկական ինդուկցիայի սկզբունքի վրա, որին դուք կձանոթանաք բարձր դասարաններում:]

Օրինակ՝

$$-abc = (-1)abc,$$

$$-(-7)ab = (-1) \cdot (-7)ab:$$

Օգտվելով այս հատկությունից՝ ստանում ենք հետևյալ հավասարությունները՝

$$-(-7ab) = (-1) \cdot ((-1) \cdot 7ab) = (-1) \cdot (-1)7ab = 7ab,$$

$$-(-a) = (-1) \cdot (-1)a = a$$

Տված միանդամը և նրա առջև մինուս նշան դրված միանդամը կոչվում են **հակադիր միանդամներ**: Օրինակ՝  $3a^2bc$  և  $-3a^2bc$  միանդամները հակադիր միանդամներն են: Որպեսզի ստանանք տված միանդամին հակադիր միանդամ, պետք է այդ միանդամի առջև դնել մինուս նշան կամ որ նույնն է, այդ միանդամը բազմապատկել  $-1$ -ով:

Օրինակ՝  $a$  և  $-a$ , ինչպես նաև  $-a$  և  $-(-a)$  միանդամները հակադիր միանդամներ են:

38. ա) Ի՞նչն են անվանում  $a$  տառի  $k$ -րդ աստիճան:  
բ) Ի՞նչն են անվանում աստիճանի հիմք և ինչը՝ ցուցիչ:  
գ) Ինչի՞նչ է հավասար  $a$  տառի առաջին աստիճանը:

39. Ի՞նչ կանոնով են  
ա) բազմապատկում միևնույն տառի աստիճանները,  
բ) աստիճան բարձրացնում տառերի արտադրյալը,  
գ) տառի աստիճանը աստիճան բարձրացնում:

40. ա) Չևակերպեք միանդամների հատկությունները:  
բ) Ո՞ր միանդամներն են կոչվում հակադիր:

41. Գրեք տված միանդամի հակադիր միանդամը.  
ա)  $6ab$ ;                      բ)  $(-3)bc$ ;                      գ)  $8kcp$ ;                      դ)  $p$ ;  
ե)  $-k$ ;                      զ)  $0$ ;                      է)  $2,5$ ;                      ը)  $-18abx$ :

42. Գրեք միանդամների արտադրյալը աստիճանի տեսքով, անվանեք հիմքը և աստիճանը.  
ա)  $bbbb$ ;                      բ)  $aaaaa$ ;                      գ)  $cccccc$ ;                      դ)  $kkkkkkkk$ :

43. Պարզեցրեք միանդամի գրառումը՝ օգտագործելով աստիճանը.  
ա)  $aba$ ;                      բ)  $kpppkp$ ;                      գ)  $3abab$ ;                      դ)  $7xyyyxx$ ;  
ե)  $ababa$ ;                      զ)  $3a2a3a$ ;                      է)  $a^3a^4$ ;                      ը)  $a^2a^3a^5$ :

44. Պարզեցրեք միանդամի գրառումը՝ օգտագործելով աստիճանի հատկությունները.

- |                |                     |                    |                            |
|----------------|---------------------|--------------------|----------------------------|
| ա) $a^2a^3$ ;  | բ) $b^4b$ ;         | գ) $k^5k^3$ ;      | դ) $x^3x^{12}$ ;           |
| ե) $a^3ba^2$ ; | զ) $k^4n^5k^3n^2$ ; | է) $2x^3yx^2y^5$ ; | ը) $3a^{10}b^2a^{10}b^2$ ; |

Գտեք միանդամների արտադրյալին հավասար միանդամը (45-47).

- |                                |                                     |                                   |
|--------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 45. ա) $3ab \cdot 2a$ ;        | բ) $8bc^3 \cdot bc$ ;               | գ) $9ce^2 \cdot 6ce$ ;            |
| դ) $7e^2k \cdot 6e^3k$ ;       | ե) $4ap^2 \cdot 5a^2p$ ;            | զ) $6kp \cdot 7k^2p^2$ ;          |
| է) $3a^2bc \cdot 6abc$ ;       | ը) $4bc^2e \cdot 6b^2ce$ ;          | թ) $7c^2ek \cdot 5c^3e^4k$ ;      |
| ժ) $6e^2k^5p \cdot 8e^3k^4p$ ; | ժա) $4k^6p^2x^3 \cdot 4k^2p^4x^4$ ; | ժբ) $9px^2y^3 \cdot 4p^4x^3y^2$ ; |

- |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 46. ա) $11pk^2 \cdot 4p^3x$ ;   | բ) $15x^2y^3 \cdot 8x^4y$ ;      |
| գ) $3a \cdot (-6)a^2b$ ;        | դ) $(-4)b^2 \cdot (-7)bc^2$ ;    |
| ե) $(-5)c^3k \cdot 5ck^2$ ;     | զ) $(-7)k^2p^3 \cdot (-9)kp^3$ ; |
| է) $(-5)p^2x^2 \cdot 8p^2x^5$ ; | ը) $25x^2y \cdot (-6)x^2y^2$ ;   |

- |  |   |
|--|---|
| 47. ա) $1 \frac{1}{5} a^2b^3 \cdot 1 \frac{1}{9} ab^2$ ;                         | բ) $\left(-1 \frac{2}{3}\right) b^2c^3 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) b^2c^2$ ; |
| գ) $\frac{1}{2} ck^2 \cdot \frac{2}{3} ck$ ;                                     | դ) $1 \frac{2}{3} k^3p^2 \cdot \left(-1 \frac{1}{5}\right) kp^2$ ;                |
| ե) $\left(-2 \frac{1}{4}\right) p^2x^2 \cdot 1 \frac{1}{3} px^3$ ;               | զ) $\left(-\frac{9}{11}\right) x^2y^3 \cdot \left(-1 \frac{2}{9}\right) xy$ ;     |
| է) $\left(-1 \frac{2}{3}\right) a^2x^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) a^2x^4$ ; | ը) $\left(-2 \frac{5}{6}\right) a^3c^2 \cdot 1 \frac{2}{3} ac^2$ ;                |

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| 48. ա) $\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot a^2b \cdot 5b^2c \cdot (-2) ac^2$ ; | բ) $3ce \cdot 17ek^3 \cdot 2c^3k$ ;  |
| գ) $5b^2c^2 \cdot 7ce^3 \cdot (-6) be^3$ ;                                  | դ) $(-5) e^2k^2 \cdot 6e8p$ ;        |
| ե) $7k^2p \cdot 5px \cdot 5k^2x^2$ ;  | զ) $2px^2 \cdot 8x \cdot 12y$ ;      |
| է) $12ak^2 \cdot (-3)kx^2 \cdot 2ax$ ;                                      | ը) $13a^3k \cdot 5k^3y \cdot ay^3$ ; |

49. Տրված աստիճանը ներկայացրեք արտադրյալի տեսքով.

- |                |                 |                 |                    |
|----------------|-----------------|-----------------|--------------------|
| ա) $(xy)^2$ ;  | բ) $(ab)^2$ ;   | գ) $(2x)^3$ ;   | դ) $(3y)^2$ ;      |
| ե) $(abc)^1$ ; | զ) $(3muk)^2$ ; | է) $(13xy)^9$ ; | ը) $(17cd)^{20}$ ; |

50. Բարձրացրեք աստիճան.

- |                    |                    |                                       |                                       |
|--------------------|--------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ա) $(a^2)^2$ ;     | բ) $(b^2)^3$ ;     | գ) $(2a)^2$ ;                         | դ) $(3b)^3$ ;                         |
| ե) $(4c^2)^2$ ;    | զ) $(5ab)^2$ ;     | է) $(7ab^2)^3$ ;                      | ը) $(9b^2c)^2$ ;                      |
| թ) $(3c^2e^4)^4$ ; | ժ) $(2a^2k^3)^5$ ; | ի) $\left(\frac{1}{2} a^2\right)^2$ ; | լ) $\left(\frac{3}{4} a^2\right)^2$ ; |

$$\text{իւ) } \left(-1 \frac{1}{2} c^2\right)^2; \quad \text{ծ) } \left(-1 \frac{1}{3} e^3\right)^3; \quad \text{կ) } \left(1 \frac{1}{7} ab\right)^2; \quad \text{հ) } \left(-\frac{1}{6} px^3\right)^3;$$

51. Տրված միանդամը ներկայացրեք մեկ այլ միանդամի քառակուսու տեսքով.

$$\begin{array}{llll} \text{ա) } 25a^2; & \text{բ) } 49b^2; & \text{գ) } 16c^4; & \text{դ) } 81e^6; \\ \text{ե) } 64k^8; & \text{զ) } \frac{1}{49} p^8; & \text{է) } 2 \frac{1}{4} a^{10}x^6; & \text{ը) } 2 \frac{7}{9} b^{12}y^{10}; \end{array}$$

52. Տրված միանդամը ներկայացրեք մեկ այլ միանդամի խորանարդի տեսքով.

$$\begin{array}{llll} \text{ա) } 8a^3; & \text{բ) } 27b^3; & \text{գ) } 125c^6; & \text{դ) } 216e^9; \\ \text{ե) } \frac{1}{27} a^9c^3; & \text{զ) } \frac{1}{125} b^6y^{12}; & \text{է) } 15 \frac{5}{8} a^{18}p^9; & \text{ը) } 2 \frac{10}{27} b^6c^{18}; \end{array}$$

Աղյուսակում գրեք վերևի տողում և ձախ սյունակում տրված միանդամների արտադրյալները (53-54).

53.

	$6ab$	$3b^2c$	$4c^3p^2$	$8a^4x^2$	$5b^2y^2$
$3ab$					
$4bc^2$					

54.

	$5$	$7b$	$12a^2$	$11ax$
$4a$				
$12ab$				
$10ab^2$				

55. Գրառեք՝

- ա)  $a$ -ի խորանարդի և  $b$ -ի քառակուսու արտադրյալը:
- բ)  $a$ -ի քառակուսու և  $b$ -ի կրկնապատիկի արտադրյալը:
- գ)  $a$ -ի խորանարդի և  $b$ -ի քառակուսու եռապատիկի արտադրյալը:
- դ)  $a$ -ի քառակուսու կրկնապատիկի և  $a$ -ի խորանարդի արտադրյալը:

## 1.5 Միանդամի կատարյալ տեսքը

Ասում են, որ տառեր պարունակող ոչ գրոյական միանդամը ունի **կատարյալ տեսք**, եթե այն ունի միայն մեկ թվային արտադրիչ, որը գրված է առաջին տեղում, իսկ յուրաքանչյուր տառ հանդես է գալիս միայն մեկ անգամ՝ գրված

որոշակի աստիճանի տեսքով, ըստ որում՝ տառերը գրված են այբբենական կարգով:

Տառեր պարունակող ոչ զրոյական կատարյալ տեսքով գրված միանդամի թվային արտադրիչը անվանում են **միանդամի գործակից**:

Օրինակ՝

$$(-12) ab^2c, \frac{1}{3} x^4y^2, (-1) a^2b$$

ոչ զրոյական միանդամները ունեն կատարյալ տեսք: Դրանց գործակիցները համապատասխանաբար հավասար են  $-12, \frac{1}{3}, -1$ :

Եթե ոչ զրոյական միանդամը ունի միայն տառային արտադրիչներ, ապա համարում են, որ նրա գործակիցը 1 է:

Օրինակ՝

$$a, ab, x^2yz^2$$

միանդամներն ունեն կատարյալ տեսք: Նրանցից յուրաքանչյուրի գործակիցը 1 է:

Եթե կատարյալ տեսքի ոչ զրոյական միանդամի գործակիցը բացասական թիվ է, ապա այդպիսի միանդամը գրում են նաև այսպես՝ սկզբում դրվում է մի-նուս նշանը, այնուհետև գրվում է գործակցի բացարձակ արժեքը, այնուհետև տառային արտադրիչները:

Օրինակ՝

$$-\frac{4}{3} x^4y^2, -a^2b^3$$

միանդամները համարվում են կատարյալ տեսքի՝  $-\frac{4}{3}$ -ը առաջինի գործակիցն է,  $-1$ -ը՝ երկրորդի: Ըստ որում՝ գրում են՝

$$\left(-\frac{4}{3}\right) x^4y^2 = -\frac{4}{3} x^4y^2, -a^2b^3 = (-1) a^2b^3:$$

Ցանկացած իրական թիվ համարվում է կատարյալ տեսքով գրված միանդամ:

Օրինակ՝

$$3, -1, \frac{5}{2}, 0,07$$

թվերը կատարյալ տեսքի միանդամներ են:

**Չրոյական միանդամի կատարյալ տեսքը 0-ն է:**

Հետևյալ միանդամները գրված չեն կատարյալ տեսքով՝

$$3a^22bc, (-1) ba^2d^3, 7a^4ba^2b^3, 0 \cdot a^2b^2:$$

Օգտվելով միանդամների 1-7 հատկություններից՝ ցանկացած միանդամ կարելի է բերել կատարյալ տեսքի: Այլ կերպ ասած՝ ցանկացած միանդամի համար գոյություն ունի նրան հավասար կատարյալ տեսքի միանդամ:

Դիտարկենք միանդամը կատարյալ տեսքի բերելու օրինակներ:

**ՕՐԻՆԱԿ 1.**  $b^2a^2(-1)c3ab^34c^2 = (-12) a^3b^5c^3 = -12a^3b^5c^3$ :

Այստեղ բոլոր թվային արտադրիչների արտադրյալը հավասար է  $-12$ : Դա միանդամի գործակիցն է: Այն գրում ենք տառերից առաջ:  $b$ -ի աստիճանների արտադրյալը հավասար է  $b^2 \cdot b^3 = b^5$ ,  $c$ -ի աստիճանների արտադրյալը հավասար է  $c \cdot c^2 = c^3$ ,  $a$ -ի աստիճանների արտադրյալը հավասար է  $a^2 \cdot a = a^3$ : Դասավորենք  $a$ ,  $b$ ,  $c$  տառերը լատինական այբուբենի հերթականությամբ: Արդյունքում կստանանք առաջին հավասարությունը: Այնուհետև, օգտագործելով բացասական գործակցով միանդամի գրառման մասին վերը նշված պայմանավորվածությունը, գրում ենք երկրորդ հավասարությունը:

**ՕՐԻՆԱԿ 2.**  $a^35b0c = 0$ :

Տրվածը գրոյական միանդամ է, որովհետև նրա արտադրիչների մեջ կա 0 թիվը: Նրա կատարյալ տեսքը 0 թիվն է:

Կատարյալ տեսքի **ոչ գրոյական միանդամի աստիճան** կոչվում է նրա մեջ մտնող բոլոր տառերի աստիճանների գումարը:

Օրինակ՝  $3a^2b$ -ն երրորդ աստիճանի միանդամ է,  $3c$ -ն՝ առաջին աստիճանի:  $2a^3b$ -ն միանդամի աստիճանը հավասար է չորսի:

0-ից տարբեր թիվ հանդիսացող միանդամը համարվում է **գրո աստիճանի միանդամ**:

Օրինակ՝

$$-5, 7, -0,3, \frac{7}{16}$$

միանդամները ունեն 0 աստիճան:

0 թիվը՝ գրոյական միանդամը, միակ միանդամն է, որի աստիճանը չի սահմանվում:

56. ա) Ո՞ր ոչ գրոյական միանդամն են անվանում կատարյալ տեսքի միանդամ:  
 բ) Ի՞նչն են անվանում ոչ գրոյական միանդամի գործակից:  
 գ) Ի՞նչպիսի՞ն է գրոյական միանդամի կատարյալ տեսքը:  
 դ) Արդյո՞ք ցանկացած միանդամ կարելի է բերել կատարյալ տեսքի:  
 ե) Ի՞նչն են անվանում ոչ գրոյական կատարյալ տեսքի միանդամի աստիճան:  
 զ) Սահմանվո՞ւմ է, արդյոք, գրոյական միանդամի աստիճանը:

57. Նշեք կատարյալ տեսքով գրված միանդամի գործակիցը.
- ա)  $10a$ ;      բ)  $15a^2b$ ;      գ)  $127b^3c^4$ ;      դ)  $a$ ;  
 ե)  $ce$ ;      զ)  $(-8)e^4k^7$ ;      է)  $(-16)k^2p$ ;      լ)  $20p^2x^5$ ;  
 թ)  $-x^3y^2$ ;      ժ)  $\frac{1}{2}ac$ :
58. Տրված են կատարյալ տեսքի միանդամներ. որոշեք նրանց գործակիցները և աստիճանները: Նշեք միայն գործակիցներով տարբերվող միանդամները.
- ա)  $1\frac{1}{2}a$ ;      բ)  $b$ ;      գ)  $-c$ ;      դ)  $4ab$ ;  
 ե)  $-2a$ ;      զ)  $20b^2$ ;      է)  $10a^2bc$ ;      լ)  $7b$ ;  
 թ)  $5a^2bc$ ;      ժ)  $3a^2bc$ ;      ի)  $-6,41a$ ;      լ)  $8,3ab$ ;  
 խ)  $24b$ ;      ծ)  $\frac{3}{25}b^5$ ;      կ)  $15p^2$ ;      հ)  $2\frac{1}{4}b^2$ :
59. Միանդամը բերեք կատարյալ տեսքի.
- ա)  $(-2)b^3$ ;      բ)  $4a^8$ ;      գ)  $(-2)bb^24$ ;  
 դ)  $3a^2a^38$ ;      է)  $px^2(-1)p^3x^6$ ;      զ)  $16x^4y^33x^2y$ ;  
 է)  $(-3)b^3c^2b^4(-4)$ ;      լ)  $3e^2k^3(-4)ek^2$ :
60. Գրառեք.
- ա)  $a$ -ի և  $b$ -ի քառակուսու արտադրյալը,  
 բ)  $a$ -ի խորանարդի և  $b$ -ի կրկնապատիկի արտադրյալը,  
 գ)  $a$ -ի կրկնապատիկի և  $b$ -ի քառակուսու արտադրյալը,  
 դ)  $a$ -ի և  $b$ -ի քառակուսիների գումարը,  
 ե)  $a$ -ի և  $b$ -ի գումարի քառակուսին,  
 զ)  $a$ -ի քառակուսու և  $b$ -ի քառակուսու արտադրյալը,  
 է)  $a$ -ի և  $b$ -ի խորանարդների գումարը,  
 լ)  $b$ -ի և  $a$ -ի խորանարդի արտադրյալը:
61. Միանդամները բերեք կատարյալ տեսքի. գտեք նրա գործակիցը և աստիճանը.
- ա)  $3acb5$ ;      բ)  $dcab$ ;      գ)  $(-1)ac5b$ ;  
 դ)  $cdab$ ;      է)  $\frac{1}{500}xy(-1)yzx^2$ ;      զ)  $\left(-\frac{4}{3}\right)xy^2(0,3)^2zx^4$ ;  
 է)  $ba$ ;      լ)  $7x0y$ ;      թ)  $-\frac{7}{13}$ ;      ժ)  $0$ :

## 1.6 Նման միանդամներ

Կատարյալ տեսքի ոչ գրոյական միանդամներն անվանում են **նման**, եթե նրանք իրար հավասար են կամ տարբերվում են միայն իրենց գործակիցներով:

Օրինակ՝  $3ab$  և  $5ab$  միանդամները նման են, որովհետև տարբերվում են միայն իրենց գործակիցներով:

Իմանալու համար՝ նման են արդյոք տրված միանդամները, նրանց պետք է բերել կատարյալ տեսքի:

Պարզենք, նման են արդյոք  $abab^2$  և  $baab^2$  միանդամները:

Դրանք բերենք կատարյալ տեսքի՝

$$abab^2 = a^2b^3 \text{ և } baab^2 = a^2b^3:$$

Միանդամները նման են, որովհետև կատարյալ տեսքի բերելով՝ տեսնում ենք, որ դրանք իրար հավասար են:

$$-3a^2bc \text{ և } a^2(-2)b3c = -6a^2bc$$

միանդամները մույնպես նման են, որովհետև դրանք կատարյալ տեսքի բերելուց հետո տարբերվում են միայն գործակիցներով:

$$a^2, b^2, a^3, 1, 3a^2b, 3ab^2$$

միանդամների մեջ չկան նմաններ՝ դրանցից ցանկացած երկուսը նման չեն:

Ըստ սահմանման՝ **նման միանդամների գումարը** հավասար է մի միանդամի, որը նման է դրանցից յուրաքանչյուրին և գործակիցը հավասար է այդ միանդամների գործակիցների գումարին: Եթե գործակիցների գումարը զրո է, ապա միանդամների գումարը հավասար է զրոյի:

Օրինակ՝

$$3a^2b + 2a^2b = (3 + 2)a^2b = 5a^2b,$$

$$2x^3y^2 + (-2)x^3y^2 = (2 - 2)x^3y^2 = 0 \cdot x^3y^2 = 0$$

$$7xyz + 3xyz + (-5)xyz = (7 + 3 + (-5))xyz = 5xyz:$$

Ըստ սահմանման՝ **երկու նման միանդամների տարբերությունը** հավասար է մի միանդամի, որը նման է դրանցից յուրաքանչյուրին և գործակիցը հավասար է նվազելիի և հանելիի գործակիցների տարբերությանը: Եթե գործակիցների տարբերությունը հավասար է զրոյի, ապա միանդամների տարբերությունը հավասար է զրոյի:

Օրինակ՝

$$2abc^2 - 7abc^2 = (2 - 7)abc^2 = (-5)abc^2 = -5abc^2,$$

$$\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}a = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)a = \frac{1}{6}a,$$

$$3ac - 3ac = (3 - 3)ac = 0 \cdot ac = 0:$$

Նման միանդամների գումարի փոխարինումը նրանց գումար հանդիսացող միանդամով անվանում են **նման անդամների միացում**:



Նման անդամների միացման օրինակներ.

$$\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)a = \left(\frac{4}{12} - \frac{6}{12} + \frac{3}{12}\right)a = \frac{1}{12}a,$$

$$\frac{2}{7}xy - \frac{6}{7}xy + \frac{4}{7}xy = \left(\frac{2}{7} - \frac{6}{7} + \frac{4}{7}\right)xy = 0 \cdot xy = 0:$$

62. ա) Ո՞ր միանդամներն են անվանում նման:  
բ) Ինչպե՞ս են գումարում (հանում) նման միանդամները:
63. Բերեք զրոյի հավասար գումար (տարբերություն) ունեցող նման միանդամների օրինակներ:
64. Ինչպե՞ս են միացնում նման անդամները:

Տրված միանդամների մեջ գտեք նմանները (65-66).

65. ա)  $a^2bc$ ,  $2abca$ ,  $a^3bc$ ,  $-3bca^2$ ;      բ)  $a^2b$ ,  $-aba^2$ ,  $-3a^2b0$ ,  $7a^2ba$ :
66. ա)  $2a^3b$ ,  $3a^4b^2$ ,  $4a^3b$ ,  $80a^4b^2$ ,  $a^3b$ ,  $-a^4b^2$ ,  $a$ ,  $6p^2x$ ,  $-c$ ,  $(-5)a^3b$ ,  $6a^4b^2$ ,  $-4p^2x$ ;  
բ)  $0a^2b^3$ ,  $-3a^3b^2$ ,  $0ab$ ,  $12a^2b^3$ ,  $2a^3b^2$ :
67. Գտեք նման միանդամների գումարին հավասար միանդամը.  
ա)  $2x + 3x$ ;      բ)  $3m + 5m$ ;  
գ)  $a + 4a + a$ ;      դ)  $3b + b + b$ ;  
ե)  $2a + 4a + 6a$ ;      զ)  $4ab + ab + 12ab$ ;  
է)  $17a^2 + 13a^2 + 11a^2$ ;      ը)  $15a^2b + 14a^2b + 7a^2b$ ;  
թ)  $43ce^2 + (-17)ce^2 + 11ce^2$ ;      ժ)  $25b^2c^2 + (-27)b^2c^2 + 7b^2c^2$ :
68. Գտեք նման միանդամների տարբերությանը հավասար միանդամը.  
ա)  $7x - 2x$ ;      բ)  $a - 3a$ ;      գ)  $10a - 18a$ ;  
դ)  $-4b - 2b$ ;      ե)  $3bc - 17bc$ ;      զ)  $mk - 2mk$ ;  
է)  $28a^2 - 17a^2$ ;      ը)  $4b^2c - 12b^2c$ ;      թ)  $17a^2b^2 - 9a^2b^2$ ;  
ժ)  $24b^2c^3 - (-17)b^2c^3$ :
69. Գտեք նման միանդամների գումարը.  
ա)  $a^2bc + 2abca + (-3bca^2)$ ;      բ)  $(-aba^2) + 7a^2ba + a^3b$ ;  
գ)  $7a^2 + (-3a^2) + (-4a^2)$ :

70. Գտեք նման միանդամների տարբերությունը.

ա)  $3abc - 7abc$ ;

բ)  $9a^3b^2 - 9a^3b^2$ ;

գ)  $5a - 6a$ ;

դ)  $7a - a$ ;

71. Կատարեք նման անդամների միացում.

ա)  $18a^2b - 4a^2b + 6a^2b$ ;

բ)  $6a^8b^2 + 7a^8b^2 + (-2)a^8b^2$ ;

գ)  $4b^3c^4 + 8b^3c^4 - 14b^3c^4$ ;

դ)  $0c^2e^5 + 4c^2e^5 - 16c^2e^5$ ;

ե)  $2,1a^2e - 1,6a^2e + 1,5a^2e$ ;

զ)  $6,46a^4k + 2,14a^4k - 8,6a^4k$ ;

է)  $5,18a^2p^3 + 3,22a^2p^3 - 2,4a^2p^3$ ;

ը)  $7,14ax^2 + 4,36ax^2 - 12,8ax^2$ ;

## § 2. Քազմանդամներ

### 2.1. Քազմանդամի հասկացությունը

Միանդամների գումարն անվանում են **քազմանդամ**: Այդ գումարի մեջ մասնակցող միանդամներն անվանում են **քազմանդամի անդամներ**:

Օրինակներ՝

ա)  $a^2 + 2ab + b^2$ -ն քազմանդամ է,  $a^2$ ,  $2ab$ ,  $b^2$ -ն՝ նրա անդամները,

բ)  $a^3 + b^3$ -ը քազմանդամ է,  $a^3$ ,  $b^3$ -ը՝ նրա անդամները,

գ)  $\frac{1}{3}a^2 + (-2b) + (-b^2)$ -ն քազմանդամ է,  $\frac{1}{3}a^2$ ,  $-2b$ ,  $-b^2$ -ն՝ նրա անդամները:

$$\frac{1}{3}a^2 + (-2b) + (-b^2)$$

քազմանդամը ընդունված է գրել նաև այսպես՝  $\frac{1}{3}a^2 - 2b - b^2$ :

Այս արտահայտությունը նույնպես անվանում են քազմանդամ, չնայած նրա գրառման մեջ մասնակցում է միևնույն նշանը: Պետք է նկատի ունենալ, որ տրված արտահայտությունը անվանելով քազմանդամ, համարում են, որ

այն  $\frac{1}{3}a^2$ ,  $-2b$  և  $b^2$  միանդամների գումարն է:

Ըստ այս պայմանավորվածության՝

$$\frac{1}{3}a^2 + (-2b) + (-b^2) \text{ և } \frac{1}{3}a^2 - 2b - b^2$$

քազմանդամներն իրար հավասար են:

Երկու քազմանդամների հավասարությունը գրառելու համար օգտագործում են հավասարության նշանը: Դրա համար էլ տեղի ունի

$$\frac{1}{3}a^2 + (-2b) + (-b^2) = \frac{1}{3}a^2 - 2b - b^2$$

հավասարությունը:



## 2.2 Բազմանդամների հատկությունները

Բազմանդամները ձևափոխում են որոշակի կանոններով, որոնք անվանում են բազմանդամների հատկություններ:

**Հատկություն 1.** Բազմանդամի անդամները կարելի է տեղափոխել:

Այլ կերպ ասած՝ եթե մի բազմանդամը տարբերվում է մյուսից միայն անդամների հերթականությամբ, ապա այդպիսի երկու բազմանդամները համարում են իրար հավասար:

Օրինակ՝ տեղի ունեն հետևյալ հավասարությունները՝

$$2a^2b + 3ab^2 = 3ab^2 + 2a^2b,$$

$$a^2 - b^2 = -b^2 + a^2,$$

$$x^2 - x + 1 = 1 - x + x^2 = -x + x^2 + 1:$$

**Հատկություն 2.** Բազմանդամին զրո (զրոյական բազմանդամ) ավելացնելիս այն չի փոխվում:

Այլ կերպ ասած՝ եթե բազմանդամներից մեկը ստացվել է՝ մյուսից նրան ավելացնելով «զրո» թիվը, ապա այդպիսի երկու բազմանդամները համարում են իրար հավասար:

Օրինակ՝

$$a^4 + (-a^2) + 0 = a^4 + (-a^2),$$

$$0 + abc = abc,$$

$$2a - 3b + 0 - c = 2a - 3b - c:$$

**Հատկություն 3.** Բազմանդամում կարելի է կատարել նման անդամների միացում:

Այլ կերպ ասած՝ եթե բազմանդամներից մեկը ստացվել է մյուսից՝ նման անդամները փոխարինելով նրանց գումարով, ապա այդպիսի երկու բազմանդամները համարում են իրար հավասար:

Օրինակ՝

$$\begin{aligned} \text{ա) } a^2 + ab - ab + b^2 &= a^2 + 1 \cdot ab + (-1) \cdot ab + b^2 = a^2 + (1 + (-1))ab + b^2 = \\ &= a^2 + 0 \cdot ab + b^2 = a^2 + 0 + b^2 = a^2 + b^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{բ) } a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - a^2b + ab^2 - b^3 &= a^3 + \underline{(-2)a^2b} + \underline{2ab^2} + \underline{(-1)a^2b} + \\ &+ \underline{1 \cdot ab^2} - b^3 = a^3 + ((-2) + (-1))a^2b + (2 + 1)ab^2 - b^3 = \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3: \end{aligned}$$

Մենք ընդգծեցինք համապատասխանաբար մեկ և երկու գծիկներով երկու գույգ նման անդամները, այնուհետև կատարեցինք նման անդամների միացում:

Բազմանդամները կարելի է պարզեցնել՝ օգտվելով նրանց հատկություններից: Մեր դիտարկած օրինակները հենց բազմանդամների պարզեցումներ են:

79. Ձևակերպեք բազմանդամների հատկությունները:

80. Օգտվելով բազմանդամների հատկություններից՝ լրացրեք բացթողումները.

ա)  $a^2 + b = b + \dots$ ;

բ)  $a + c + 0 = a + \dots$ ;

գ)  $a + c^2 + c^2 = a + \dots$ ;

դ)  $a + 0 + c = \dots$ ;

ե)  $a + 2c + 3c = \dots$ :

81. Բազմանդամների  $n^{\circ}$ ր հատկություններն են օգտագործվել բազմանդամները պարզեցնելիս.

ա)  $a + b - a = a - a + b = 0 + b = b$ ;

բ)  $2x - y + x - 3y - 5x = 2x + x - 5x - y - 3y =$   
 $= (2 + 1 - 5)x - (1 + 3)y = -2x - 4y$ :

Պարզեցրեք բազմանդամը (82-84).

82. ա)  $2a + 5b + 7a$ ;

բ)  $2x + 3y + 10x$ ;

գ)  $7a + b + 3a + b$ ;

դ)  $a + 7b + b + 2a$ ;

ե)  $2x + y + 3x + y + 4x$ ;

զ)  $a + 2x + 5x + 2a + 9x$ :

83. ա)  $12a + 5b - 4a$ ;

բ)  $19x - 24y + x$ ;

գ)  $17x - 4y + 5x + 4y$ ;

դ)  $5a - 2y + 4a + 2y$ ;

ե)  $40x + 15y - 40x - 16y$ ;

զ)  $9a - 3b + 5a - 7b - 8a$ ;

է)  $2b - 6y + b + 5y - 3b$ ;

ը)  $a + 2x + a - 13x - 2a$ :

84. ա)  $1,1x - 2,7y + 0,8x - x + 3y$ ;

բ)  $27a - 3,1b + 9a + 3,1a + 0,4b - a$ ;

գ)  $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}y - 2x + 1\frac{1}{4}y$ ;

դ)  $15a - 4x - 5,6a + 2,3x + a$ ;

ե)  $67,1a - \frac{1}{3}b + \frac{1}{5}a + 2b + 2,5a - 7b$ ;

զ)  $\frac{1}{4}b - 7x - 3,2b + 2\frac{3}{4}x + b + 0,6x$ ;

է)  $xyx - 2x^2y + 2x - 3x$ ;

ը)  $ba^2 - 3a^3 + 7aba + 3a^2 - 8a^2b$ :

### 2.3 Կատարյալ տեսքի բազմանդամներ

Կասենք, որ բազմանդամն ունի **կատարյալ տեսք**, եթե նրա բոլոր անդամները գրված են կատարյալ տեսքով և նրանց մեջ չկան նման անդամներ: Բերենք կատարյալ տեսքի բազմանդամների օրինակներ՝

$$2, a, a - b, a^2 + 2ab + b^2, \frac{1}{7} - a, 0:$$

Ոչ կատարյալ տեսքի բազմանդամների օրինակներ կարող են ծառայել հետևյալ բազմանդամները՝

$$a \cdot a - 5a + 6, 3 - 5 + a^2, a^3 + 2ab + b^2 - 3ab - 11:$$

Այս օրինակներից առաջինում ոչ բոլոր անդամներն են (առաջին անդամը) գրված կատարյալ տեսքով, երկրորդում և երրորդում կան նման անդամներ (երկրորդում՝ առաջին և երկրորդ անդամները, երրորդում՝ երկրորդ և չորրորդ անդամները):

Երկու անդամներից բաղկացած կատարյալ տեսքի բազմանդամն անվանում են **երկանդամ**, երեք անդամներից բաղկացած կատարյալ տեսքի բազմանդամն անվանում են **եռանդամ** և այլն:

Երկանդամների օրինակներ են՝

$$\frac{1}{7} a^2 - 2b, ab - cd;$$

Եռանդամների օրինակներ՝

$$3a - 2b - 7, x + yz - 2z^2;$$

քառանդամի օրինակներ՝

$$a + b - c - d, -abc - acd - bcd - abd:$$

Հիշեցնենք, որ միանդամը նույնպես անվանում են բազմանդամ՝ բաղկացած մեկ անդամից:

**Ցանկացած բազմանդամ կարելի է բերել կատարյալ տեսքի:**

Դրա համար անհրաժեշտ է՝

1) նրա յուրաքանչյուր անդամը բերել կատարյալ տեսքի,

2) կատարել նման անդամների միացում:

Օրինակ՝

$$\begin{aligned} a^3 + 2aba + b^2a - 2abb - b^2b &= a^3 + \underline{2a^2b} + \underline{ab^2} + \underline{a^2b} - \underline{2ab^2} - b^3 = \\ &= a^3 + (2 + 1)a^2b + (1 - 2)ab^2 - b^3 = a^3 + 3a^2b - ab^2 - b^3: \end{aligned}$$

Այս օրինակում նախ տրված բազմանդամի բոլոր անդամները բերեցինք կատարյալ տեսքի, ստացված բազմանդամում համապատասխանաբար մեկ և երկու գծիկներով ընդգծեցինք երկու զույգ նման անդամները, և նման անդամների միացումից հետո ստացանք կատարյալ տեսքի բազմանդամ:

**Դիտողություն.** Եթե բազմանդամը կատարյալ տեսքի բերելուց հետո դառնում է 0, ապա այն հանդիսանում է զրոյական բազմանդամ: Օրինակ՝ դիտար-

կենք  $a - a$  և  $3x^2 - x^2 - 2x^2$  բազմանդամները: Նրանք գրված են ոչ կատարյալ տեսքով: Կատարյալ տեսքի բերելուց հետո նրանք դառնում են 0՝

$$a - a = 0, 3x^2 - x^2 - 2x^2 = 0:$$

Հետևաբար՝ դրանք զրոյական բազմանդամներ են:

**Կատարյալ տեսքի ոչ զրոյական բազմանդամի աստիճան** անվանում են նրա մեջ մտնող միանդամների աստիճաններից ամենամեծը:

Օրինակ,

$$\frac{1}{3}a^2 - 2b + 7$$

բազմանդամը գրված է կատարյալ տեսքով, նրա աստիճանը 2 է, քանի որ նրա մեջ մտնող միանդամների աստիճաններն են 2, 1 և 0, իսկ դրանցից ամենամեծը 2-ն է:

$-x^3yz - x + y^2$  բազմանդամը գրված է կատարյալ տեսքով և նրա աստիճանը 5 է, քանի որ նրա անդամների աստիճաններն են 5, 1 և 2: Ակնհայտ է, որ  $ab + c$ -ն երկրորդ աստիճանի բազմանդամ է, իսկ  $abc$ -ն՝ երրորդ աստիճանի:

$2x - 5$  բազմանդամի աստիճանը 1 է: Ասում են նաև, որ այն  $x$ -ի նկատմամբ առաջին աստիճանի բազմանդամ է:

Նման ձևով  $2a - 3b + 7$  բազմանդամը առաջին աստիճանի բազմանդամ է  $a$ -ի և  $b$ -ի նկատմամբ:

Զրոյից տարբեր ցանկացած թիվ զրո աստիճանի բազմանդամ է: Զրոն միակ բազմանդամն է, որի աստիճանը որոշված չէ:

Եթե բազմանդամը կատարյալ տեսքով չի գրված, ապա նրա աստիճանի մասին կարելի է խոսել միայն այն կատարյալ տեսքի բերելուց հետո:

85. ա) Ո՞ր բազմանդամն են անվանում կատարյալ տեսքի բազմանդամ: Բերեք օրինակներ:  
բ) Ի՞նչն են անվանում երկանդամ, եռանդամ: Բերեք օրինակներ:  
գ) Արդյո՞ք ցանկացած բազմանդամ կարելի է բերել կատարյալ տեսքի:  
դ) Ի՞նչ պետք է անել բազմանդամը կատարյալ տեսքի բերելու համար:  
ե) Ի՞նչն են անվանում կատարյալ տեսքի ոչ զրոյական բազմանդամի աստիճան:  
զ) Որոշվա՞ծ է, արդյոք, զրոյական բազմանդամի աստիճանը:

86. Բազմանդամը կատարյալ տեսքի՞ է.

ա)  $m - 3n + 2m$ ;

բ)  $a \cdot 2b - 3a^2 + b$ ;

գ)  $3xy - 3yx + 1$ ;

դ)  $a^2 + ab + b^2 + ab$ ;

ե)  $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 1$ ;

զ)  $ba - a^2b - a^3b$ ;

է)  $a^3b + ab^3 - a^2b^2 + 2bab^2$ ;

87. Բազմանդամը բերեք կատարյալ տեսքի, որոշեք նրա անդամների գործակիցները և աստիճանները.

ա)  $b + b + ac + ac + ac$ ;

բ)  $2a^2 - 3b + b - 7a^2 - b$ ;

գ)  $xx + xx + x - 2x$ ;

դ)  $2a^3 + 4a^3 - 5a^2 + 5a^2$ ;

88. Բազմանդամը բերեք կատարյալ տեսքի և որոշեք նրա աստիճանը.

ա)  $4a^2b + 5b^2a + baa + 3aba$ ;

բ)  $5a^3 - 7ax^3 + 2ax^3 - a^3x - ax^3$ ;

գ)  $3ax^2 - 3a^2x + 2a^2x^2 - 7a^2x^2 - a^2x$ ;

դ)  $6n^3 - 8p^2n^3 + p^2n^3 + 12n^3p^2 + 2n^3$ ;

ե)  $7a^3 - 8aba^2 + 3a^2 - 4b$ ;

զ)  $x^5 - 7y^2 + 3xyx^4 + 2x - 1$ ;

է)  $ac + 2abc - 7a^2 + 3ca - 3cab$ ;

89. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $2aa + a \cdot 3a + a^2$ ;

բ)  $2x^2 \cdot 3xy - 4x \cdot 5x^2y$ ;

գ)  $y^2 \cdot 2x - 3x^2 \cdot 2y + 2xy \cdot 2y - xy \cdot (-4x)$ ;

դ)  $xx \cdot (-2x) - y \cdot 3xy + 7x^2 \cdot (-2x) - 4y^2 \cdot 2x$ ;

90. C և D տառերի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $2a + C + a + 5b = 3a + 8b$ ;

բ)  $3x + C + y + D = 11x + 5y$ ;

գ)  $C - 2a + 3b - D = 10a - 4b$ ;

դ)  $C + D + x = 25x + 17y$ ;

## 2.4 Բազմանդամների գումարը և տարբերությունը

**Բազմանդամների գումարը** հավասար է մի բազմանդամի, որի անդամները տված բազմանդամների բոլոր անդամներն են:

Օրինակ՝  $a^2 + ab$  և  $b^2 + ac$  երկու բազմանդամների գումարը հավասար է  $a^2 + ab + b^2 + ac$  բազմանդամին:



Դա կարելի է գրել

$$(a^2 + ab) + (b^2 + ac) = a^2 + ab + b^2 + ac$$

հավասարության տեսքով:

**Երկու բազմանդամների փարբերությունը** հավասար է մի բազմանդամի, որի անդամներ են հանդիսանում նվազելիի բոլոր անդամները և հանելիի բոլոր անդամները՝ վերցված հակադիր նշաններով:

Օրինակ՝  $a^2 + ab$  և  $b^2 + ac$  բազմանդամների տարբերությունը հավասար է  $a^2 + ab - b^2 - ac$  բազմանդամին:

Դա կարելի է գրել հետևյալ հավասարության տեսքով.

$$(a^2 + ab) - (b^2 + ac) = a^2 + ab - b^2 - ac;$$

$$(a^2 + ab) + (b^2 + ac) = a^2 + ab + b^2 + ac \text{ և}$$

$$(a^2 + ab) - (b^2 + ac) = a^2 + ab - b^2 - ac:$$

Հավասարությունների ձախ մասից աջ մասին անցումը անվանում են **փակագծերի բացում**:

Փակագծերը բացելիս օգտվում են հետևյալ կանոններից.

**Եթե փակագծերի առջև դրված է պլյուս նշան, ապա փակագծերը կարելի է բաց թողնել առանց փոխելու նրանց մեջ գտնվող գումարելիների նշանները:**

**Եթե փակագծերի առջև դրված է մինուս նշան, ապա փակագծերը կարելի է բաց թողնել, փոխելով նրանց մեջ գտնվող բոլոր անդամների նշանները հակադիր նշաններով:**

Եթե փակագծերի առջև որևէ նշան չկա, ապա ենթադրվում է, որ դրված է պլյուս նշան:

Օրինակ՝

$$(a - b) + (d - c) - (x - y) - (z - t) = a - b + d - c - z + y - z + t:$$

Այս հավասարության աջ մասից ձախ մասին անցումը անվանում են **փակագծերի մեջ առում**:

Փակագծերի մեջ առնելու դեպքում՝ օգտվում են հետևյալ կանոններից.

**Բազմանդամը փակագծերի մեջ առնելու դեպքում պեպք է փակագծերի մեջ գրել նրա բոլոր անդամները նույն նշաններով, եթե փակագծերի առջև դրվում է պլյուս նշանը:**

**Որպեսզի բազմանդամը առնենք փակագծերի մեջ, որոնցից առաջ դրված է մինուս նշանը, պեպք է փակագծերի մեջ գրել նրա բոլոր անդամները հակադիր նշաններով:**

Օրինակ՝  $a - b - c + d = (a - b) + (-c + d)$

$$a - b - c + d = (a - b) - (c - d):$$





Օգտագործելով այդ հնարքը՝ փոխեք երկանդամի առջև դրված նշանը.  
ա)  $(2a - 3b)$ ;    բ)  $(x + y)$ ;    գ)  $(-a - b)$ ;    դ)  $(-7a + 3)$ :

104. Տրված են  $A = a + b$ ,  $B = 3a - 2b$ ,  $C = a - 7b$  բազմանդամները: Գտեք.  
ա)  $A + B + C$ ;    բ)  $A + B - C$ ;    գ)  $A - B - C$ ;    դ)  $-A - B - C$ :

105. Բազմանդամի առաջին երկու անդամները փակագծերի մեջ առեք՝ դրանց առջև դնելով միևուս նշան, իսկ վերջին երկուսը՝ փակագծերի մեջ, որոնց առջև դրված է պլյուս նշան:

ա)  $x^2 - y^2 + 2x - 1$ ;    բ)  $9y^2 - 1 - x^2 - 6y$ ;  
գ)  $-a^3 - 3a^2 + 4 - a$ ;    դ)  $-x + y + x^2 - y^2$ :

106. Տրված է  $a + b - c - p$  բազմանդամը: Ներկայացրեք այն որպես  
ա) բազմանդամների գումար, որոնցից առաջինը  $(a + b)$ -ն է,  
բ) բազմանդամների տարբերություն, որտեղ նվազելին  $(a + b)$ -ն է,  
գ) բազմանդամների տարբերություն, որտեղ նվազելին  $(b - c)$ -ն է:

## 2.5 Միանդամի և բազմանդամի արտադրյալը

**Միանդամի և բազմանդամի արտադրյալը** հավասար է մի բազմանդամի, որի անդամներն են այդ միանդամի և բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամի արտադրյալները:

Օրինակ՝  $a$  միանդամի և  $a - b$  բազմանդամի արտադրյալը հավասար է  $aa - ab$  բազմանդամին: Դա գրում են

$$a(a - b) = aa - ab = a^2 - ab \quad (1)$$

հավասարության տեսքով:

Վերջին հավասարության մեջ մենք բազմանդամը բերեցինք կատարյալ տեսքի:

(1) հավասարությունը՝ գրված հակառակ կարգով, ունի

$$a^2 - ab = a(a - b) \quad (2)$$

տեսքը:

Տվյալ դեպքում  $a^2 - ab$  բազմանդամը ներկայացված է  $a$  միանդամի և  $a - b$  բազմանդամի արտադրյալների տեսքով:

Բազմանդամի ներկայացումը միանդամի և բազմանդամի արտադրյալի տեսքով անվանում են բազմանդամում ընդհանուր արտադրիչը **փակագծերից դուրս բերում**:

(2) հավասարության մեջ մենք փակագծերից դուրս բերեցինք  $a^2 - ab$  բազմանդամի  $a$  ընդհանուր արտադրիչը (միանդամը):

Ահա ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերման ևս մեկ օրինակ՝  
 $x^4y - x^2y^2 = x^2y(x^2 - y)$ :

Տրված բազմանդամը և այն  $-1$  թվով բազմապատկելուց ստացված բազմանդամը անվանում են **հակադիր բազմանդամներ**:

Օրինակ՝

$$ab - 2b^3 \text{ և } -ab + 2b^3$$

բազմանդամները հակադիր բազմանդամներ են:

Հեշտ է տեսնել, որ երկու հակադիր բազմանդամների գումարը հավասար է զրոյի: Օրինակ՝

$$\begin{aligned}(ab - 2b^3) + (-ab + 2b^3) &= ab - 2b^3 - ab + 2b^3 = \\ &= (1 - 1)ab + (-2 + 2)b^3 = 0 \cdot ab + 0 \cdot b^3 = 0:\end{aligned}$$

Հեշտ է ստուգել, որ **երկու բազմանդամների տարբերությունը նվազելիի և հանելիի հակադիր բազմանդամի գումարն է**:

Վերջապես նշենք, որ **եթե 1 թիվը բազմապատկենք որևէ բազմանդամով, ապա արդյունքում կստացվի հենց նույն բազմանդամը**:

Օրինակ՝

$$1 \cdot (a^2 + b^2) = 1 \cdot a^2 + 1 \cdot b^2 = a^2 + b^2:$$

107. ա) Ի՞նչ կանոնով են բազմապատկում միանդամը բազմանդամով:  
 բ) Ո՞ր բազմանդամներն են անվանում հակադիր:  
 գ) Ի՞նչ հատկությամբ են օժտված հակադիր բազմանդամները:  
 դ) Ի՞նչ հատկությամբ է օժտված բազմանդամների տարբերությունը:  
 ե) Կփոխվի՞ արդյոք բազմանդամը, եթե այն բազմապատկենք 1-ով:

Գտեք միանդամի և բազմանդամի արտադրյալին հավասար բազմանդամը (108-110).

108. ա) 3 և  $(a + b)$ ;    բ)  $x$  և  $(a - b)$ ;    գ)  $(x + 1)$  և 5;    դ)  $(a - b)$  և  $x$ :
109. ա)  $(a + 3) 7$ ;                      բ)  $(x - y) 10$ ;                      գ)  $a(x - y)$ ;  
 դ)  $a(a + b)$ ;                          ե)  $(a + b - c) 2$ ;                      զ)  $(a - b)(-6)$ ;  
 է)  $x(x - y + c)$ ;                      ը)  $(a - b) 5a$ :
110. ա)  $(-2)(x + y)$ ;                      բ)  $(7 + 3y - x^2y)(-2xy)$ ;  
 գ)  $3ab(a^2 - 2a + 1)$ ;                      դ)  $2a(x + y)$ ;  
 ե)  $(x^2 + 2xy + y^2)(-12xy^3)$ ;                      զ)  $21a^2b^5(a^3 - 4ab^2 - b^2)$ ;  
 է)  $(-abc)(ab + ac + bc)$ ;                      ը)  $-ac(a + 2c)$ :





Եթե պետք է գտնել մի քանի բազմանդամների արտադրյալը, ապա սկզբում գտնում են դրանցից որևէ երկուսի արտադրյալը, այնուհետև ստացված բազմանդամը բազմապատկում են մնացածներից որևէ մեկով և այլն:

Օրինակ՝

$$\begin{aligned}(a-b)(2a+b)(3a-2b) &= (a2a - b2a + ab - bb)(3a - 2b) = \\ &= (2a^2 - ab - b^2)(3a - 2b) = \\ &= 2a^23a - ab3a - b^23a + 2a^2(-2b) + ab2b + b^22b = \\ &= 6a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - 4a^2b + 2ab^2 + 2b^3 = \\ &= 6a^3 - 7a^2b - ab^2 + 2b^3\end{aligned}\quad (2)$$

Գրելով (1) և (2) հավասարությունները հակառակ կարգով՝ կստանանք

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad (3)$$

$$6a^3 - 7a^2b - ab^2 + 2b^3 = (a-b)(2a+b)(3a-2b) \quad (4),$$

որոնք կարող են ծառայել որպես բազմանդամը արտադրիչների վերլուծման օրինակներ:

**Բազմանդամի վերլուծում արտադրիչների** անվանում են նրա ներկայացումը երկու կամ ավելի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Ցանկացած բազմանդամ կարելի է վերլուծել երկու արտադրիչների, որոնցից մեկը գրոյից տարբեր թիվ է:

## ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 3\left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}y^2\right), \\ 3a^2 - 2ab + b^2 &= 5\left(\frac{3}{5}a^2 - \frac{2}{5}ab + \frac{1}{5}b^2\right):\end{aligned}$$

Մրանք վերլուծումներ են այնպիսի արտադրիչների, որոնցից մեկը ունի գրոյական աստիճան, իսկ մյուսը՝ նույն աստիճանը, ինչը որ ուներ սկզբնական բազմանդամը: Առավել հետաքրքիր են այնպիսի արտադրիչների վերլուծումները, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի գրոյից մեծ աստիճան: Այդպիսիք են (3) և (4) վերլուծությունները:

**Գիտողություն 1.** Եթե պետք է բազմապատկել ոչ կատարյալ տեսքի բազմանդամներ, ապա բնական է սկզբում դրանք բերել կատարյալ տեսքի և հետո կիրառել բազմանդամների բազմապատկման կանոնը. արդյունքը կլինի նույնը, սակայն, որպես կանոն, հաշվարկները էապես կկրճատվեն:

Օրինակ՝

$$(a^2 - ab + ab - b^2)(2a - b - a) = (a^2 - b^2)(a - b) = a^3 - a^2b - ab^2 + b^3:$$

2. Ջրոյական բազմանդամի և ցանկացած բազմանդամի արտադրյալը գրոյական բազմանդամ է:



Օրինակ՝

$$(a - a)(a^2 + ab + b^2) = 0 \cdot (a^2 + ab + b^2) = \\ = 0 \cdot a^2 + 0 \cdot ab + 0 \cdot b^2 = 0 + 0 + 0 = 0$$

3. Եթե, օրինակ, պահանջվում է ապացուցել, որ  $(a + b)(a - b)$  արտահայտությունը հավասար է  $a^2 - b^2$  արտահայտությանը, ապա խնդիրը ձևակերպում են այսպես՝ «Ապացուցեք, որ ճիշտ է  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  հավասարությունը»: Կամ ավելի կարճ՝ «Ապացուցեք  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  հավասարությունը»:

122. ա) Ինչի՞նչ է հավասար երկու բազմանդամների արտադրյալը:  
բ) Կախվա՞ծ է, արդյոք, երկու բազմանդամների արտադրյալը արտադրիչների կարգից:  
գ) Ի՞նչ կանոնով են բազմապատկում երեք (և ավելի) բազմանդամները:  
դ) Ի՞նչն են անվանում բազմանդամի վերլուծում արտադրիչների:  
ե) Հարկ կա՞ արդյոք բազմապատկվող բազմանդամները բերել կատարյալ տեսքի:  
զ) Ինչի՞նչ է հավասար բազմանդամների արտադրյալը, եթե նրանցից մեկը գրոյական բազմանդամն է:
123. Ինչպե՞ս են անվանում տրված արտահայտությունը.  
ա)  $(a + b) 2a$ ;                      բ)  $3a^2 (a - b)$ ;                      գ)  $(x + y)(x + 1)$ ;  
դ)  $(x + 2)(x^2 - y)$ ;                      ե)  $(m + n)^2$ ;                      զ)  $(p - q)^2$ :
124. Գրեք արտադրյալը.  
ա)  $x$ -ի քառակուսու և  $x$  ու  $y$ -ի գումարի,  
բ)  $a$ -ի կրկնապատիկի և  $a$ -ի ու  $5$ -ի տարբերության,  
գ)  $a$ -ի ու  $b$ -ի գումարի և  $7$  թվի,  
դ)  $3$ -ի ու  $x$ -ի տարբերության և  $b$ -ի կեսի,  
ե)  $a$ -ի քառակուսու և  $x$ -ի ու  $y$ -ի կրկնապատիկի գումարի,  
զ)  $a$ -ի քառակուսու կրկնապատիկի և  $5$ -ի ու  $b$ -ի տարբերության,  
է)  $a$ -ի և  $b$ -ի տարբերության ու նրանց գումարի կրկնապատիկի,  
ը)  $d$ -ի քառակուսու և  $a$ -ի ու  $b$ -ի տարբերության եռապատիկի,  
թ)  $a$ -ի և  $b$ -ի տարբերության քառակուսու և  $6$  թվի:

Կատարեք բազմապատկումը (125-126).

125.    ա)  $(a + 1)(a + 1)$ ;            բ)  $(x + 1)(x + 2)$ ;            գ)  $(2 + y)(y + 3)$ ;  
           դ)  $(a + b)(a + b)$ ;            ը)  $(1 + x)(1 - x)$ ;            զ)  $(a - 2)(3 - a)$ ;  
           է)  $(x - y)(x + y)$ ;            ռ)  $(a - b)(a - b)$ ;            թ)  $(2a + b)(a + 2b)$ ;  
           ժ)  $(3x + 2y)(3x + 2y)$ :

126.    ա)  $(5m + 7n)(2n + 4m)$ ;            բ)  $(12a + b)(3a + 5b)$ ;  
           գ)  $(2x - 3y)(2x + 3y)$ ;            զ)  $(5m - 2n)(3n - 5m)$ ;  
           ը)  $(-a - b)(2a - 3b)$ ;            զ)  $(-7x - 4y)(-5x + 7y)$ ;  
           է)  $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2)$ ;            ռ)  $(mn^3 - m^2)(m - 1)$ ;  
           թ)  $(2x^2 - y^2)(y^2 + 2x^3)$ ;            ժ)  $(xy^2 + 3a^2)(3xy + a^3)$ :

Բազմանդամների արտադրյալը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի (127-131).

127.    ա)  $(a + 1)(a + 1)(a + 1)$ ;            բ)  $(x - 1)(x - 1)(x - 1)$ ;  
           գ)  $(a + b)(a - b)(a + b)$ ;            զ)  $(m - n)(m - n)(m + n)$ ;  
           ը)  $(a + b + c)(a + 1)$ ;            զ)  $(a - b - c)(a - 1)$ ;  
           է)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ ;            ռ)  $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ ;  
           թ)  $(x^3 + 2x - 3)(2 - 3x)$ ;            ժ)  $(5m^2 - 3mn + n^2)(2n - m^2)$ ;  
           ի)  $(a + b + c)(a + b - c)$ ;            լ)  $(a - b + c)(a - b - c)$ :

128.    ա)  $-(a + b)(a + b)$ ;            բ)  $-(x - y)(x + y)$ ;  
           գ)  $-(x - y)(x - y)$ ;            զ)  $-(2m - n)(n - 3m)$ ;  
           ը)  $-(5a - 2b)(3b + 2a)$ ;            զ)  $-7(x + 8y)(y - 3x)$ :

129.    ա)  $(8x - 3)(4x + 5)$ ;            բ)  $8x - 3 \cdot 4x + 5$ ;  
           գ)  $(4a - 3) \cdot 2a - 3$ ;            զ)  $4a - 3(2a - 3)$ :

130.    ա)  $(0,1 - x)(x + 0,1)$ ;            բ)  $(1,2 - a)(1,2 + a)$ ;  
           գ)  $\left(\frac{1}{3} - m\right)\left(\frac{1}{2}m - 3\right)$ ;            զ)  $\left(\frac{1}{5}a - \frac{3}{7}b\right)\left(14a + b\right)$ ;  
           ը)  $(0,05y - 2,3x)(y - 0,2x)$ ;            զ)  $(2,5a + 3b)(0,1b - 4a)$ ;  
           է)  $\left(\frac{2}{3}m + 3n\right)\left(6m - \frac{1}{6}n\right)$ ;            ռ)  $\left(1 - \frac{1}{2}x - y\right)\left(2 - \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}x\right)$ :

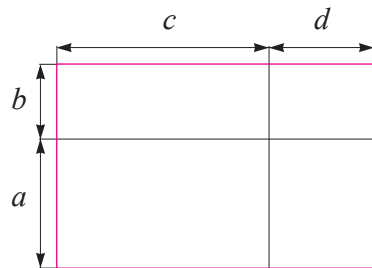
131.    ա)  $(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)$ ;  
           բ)  $(a - b + c)(a + b - c)$ ;  
           գ)  $(a + 2b)(a - 2b)(a^2 + 4b^2)$ :

132. Ապացուցեք հավասարությունը.  
 ա)  $(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$ ;  
 բ)  $2x^2 - 11x + 15 = (x - 3)(2x - 5)$ :

133. Ճիշտ են, արդյոք, կատարված ձևափոխությունները.  
 ա)  $(2x + 3y)(3x - 2y) = 6x^2 - 4xy + 9xy - 6y^2 = 6x^2 + 5xy - 6y^2$ ;  
 բ)  $(xy^2 + x^2y)(xy + 3) = x^2y^3 + 3xy^2 + x^3y^2 + 3x^2y$ :

134. Աստղանիշի փոխարեն ընտրեք միանդամ այնպես, որ ստացվի ճիշտ հավասարություն.  
 ա)  $(a + *) (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$ ;  
 բ)  $9 - 3a - 3a + a^2 = 9 - * + a^2$ :

135. Օգտվելով նկար 3-ից՝ ապացուցեք, որ  $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$  դեպքում ճիշտ է հավասարությունը.  
 $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$



Նկ. 3

136. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների.  
 ա)  $2x + 2y$ ;                      բ)  $6a - 3$ ;  
 գ)  $ax - ab$ ;                      դ)  $2a + 6ab$ ;  
 ե)  $a^2 + a$ ;                      զ)  $3x^3 - xy^2$ ;  
 է)  $ax + bx + cx$ ;                ը)  $5a^3 + 10a^2 + 15a$ :

137. Կազմեք երկու բազմանդամներ, որոնցից յուրաքանչյուրը կարելի է վերլուծել արտադրիչների՝  $2x$  արտադրիչը փակագծերից դուրս բերելով:

Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների (138-139).

138. ա)  $2a + 4b$ ;                      բ)  $ba - b$ ;                      գ)  $6x - 2$ ;  
 դ)  $yx + 2y$ ;                      ե)  $3a - 12b$ ;                      զ)  $7x - 28xy$ ;
139. ա)  $x(a + b) + y(a + b)$ ;                      բ)  $(a + b)a - b(a + b)$ ;  
 գ)  $m(n - 3) - 2(n - 3)$ ;                      դ)  $(x - y)3 - a(x + b)$ ;  
 ե)  $2a(1 - b) - 3(1 - b)$ ;                      զ)  $a(b + 3) - b(3 + b)$ ;  
 է)  $7x(x + 2y) - 2(2y + x)$ ;                      ը)  $a(a + b) + (a + b)$ ;  
 թ)  $2x(x + 2y) + 3y(x + 2y)$ ;                      ժ)  $2x(a - 1) - (a - 1)$ :

140. Չևափոխություններ կատարելիս երբեմն անհրաժեշտ է լինում բազմանդամի անդամների նշանները փոխել հակադիր նշաններով, օրինակ՝

$$(a + b) = (-1) \cdot (-a - b) = -(-a - b) \text{ կամ}$$

$$(a - b) = -1 \cdot (-a + b) = -(b - a):$$

Օգտագործելով այդ հնարքը՝ վերլուծեք արտադրիչների.

ա)  $a(x - y) + b(y - x);$

բ)  $x(a - b) + y(b - a);$

գ)  $3(m - n) - a(n - m);$

դ)  $7a(a - b) - 5(b - a);$

ե)  $a(a - b) + 4(b - a);$

զ)  $6(x - 1) - x(1 - x);$

է)  $p(1 - p) - 3(p - 1);$

ը)  $x^2(y - 3) + 7(3 - y):$

141. Վերլուծեք արտադրիչների.

ա)  $a(b - 1) - (1 - b);$

բ)  $(a + b) + 3a(a + b);$

գ)  $2x(a - b) - (b - a);$

դ)  $3 + a + a(3 + a);$

ե)  $(m - 2n) - x(2n - m);$

զ)  $a - b - x(b - a):$

142. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $(2x - 2a)(3a^2 - 4a + 5);$

բ)  $(7x^2 - 2x + 4 - x^2)(2x - x - 1);$

գ)  $(x^2 + 3x - 2)(2x^2 - x + 4);$

դ)  $(2m^3 - 7m^2 + 4m)(3 - 8m + m^2);$

ե)  $(2a + 1)(3 + a)(5a + 2);$

զ)  $(x - 3)(2x - 1)(7 + 2x);$

է)  $(2m - n)(3n + 2m)(m - 5n);$

ը)  $(p - 8q)(4q - p)(p + 8q):$

## 2.7 Ամբողջ արտահայտություն և նրա թվային արժեքը

**Ամբողջ արտահայտություն** անվանում են այնպիսի հանրահաշվական արտահայտությունը, որում մի քանի բազմանդամներ միացված են գումարման, հանման և բազմապատկման նշաններով:

Օրինակ՝ հետևյալ արտահայտություններն ամբողջ են՝

$$(a + b)(c - d) + (a - b) - (c - d),$$

$$-a(b - c)^3 + (d - c) - a^3 - 5,$$

$$-(a - b) - cd:$$

Համարում են, որ բազմանդամը նույնպես ամբողջ արտահայտություն է: Ամբողջ արտահայտությունները կարելի է պարզեցնել՝ օգտվելով բազմանդամների գումարման, հանման և բազմապատկման կանոններից: Ինչպես հետևում է այդ կանոններից, ցանկացած ամբողջ արտահայտություն կարելի

է ձևափոխել կատարյալ տեսքի բազմանդամի: Հետևաբար՝ ցանկացած ամբողջ արտահայտություն հավասար է մի որևէ բազմանդամի:

Գիտարկենք ամբողջ արտահայտության պարզեցման օրինակ՝

$$\begin{aligned} 15a^3b^2 - (3a^2b + a)(5ab - 2) &= \\ &= 15a^3b^2 - (3a^2b \cdot 5ab - 3a^2b \cdot 2 + a \cdot 5ab - a \cdot 2) = \\ &= 15a^3b^2 - 15a^3b^2 + 6a^2b - 5a^2b + 2a = (15 - 15) a^3b^2 + (6 - 5)a^2b + 2a = \\ &= 0 + a^2b + 2a = a^2b + 2a: \end{aligned}$$

Գիցուք, ամբողջ արտահայտությունը պարունակում է մեկ տառ, օրինակ՝

$$a^2 + 5a - 13: \quad (1)$$

Եթե  $a$  տառի փոխարեն (որտեղ էլ որ այն գտնվի այդ արտահայտության մեջ) տեղադրեք 3 թիվը, ապա կստանանք

$$3^2 + 5 \cdot 3 - 13$$

թվային արտահայտությունը, որի արժեքը հավասար է 11: Հենց այդ 11 թիվն էլ անվանում են (1) ամբողջ արտահայտության թվային արժեք  $a = 3$  դեպքում: Այնուհետև կարճության համար «թվային» բառը հաճախ բաց է թողնվում, բայց ենթադրվում է:

Այդ նույն արտահայտության արժեքը  $a = 0$  դեպքում հավասար է  $-13$ , իսկ  $a = -0,1$  դեպքում հավասար է  $-13,49$  և այլն:

Գիտարկենք այժմ

$$0,2a + 3b - ab + \frac{7}{4} \quad (2)$$

ամբողջ արտահայտությունը, որի մեջ մտնում են երկու տառեր:

Եթե  $a$  տառի փոխարեն, որտեղ էլ որ այն գտնվում է այդ արտահայտության մեջ, տեղադրենք  $(-0,1)$  թիվը, իսկ  $b$  տառի փոխարեն, որտեղ էլ որ այն այդ արտահայտության մեջ գտնվում է, տեղադրենք 2,5, ապա կստանանք

$$0,2 \cdot (-0,1) + 3 \cdot 2,5 - (-0,1) \cdot 2,5 + \frac{7}{4}$$

թվային արտահայտությունը, որը հավասար է 9,48 թվին: Այդ թիվն անվանում են (2) ամբողջ արտահայտության արժեք  $a = -0,1$  և  $b = 2,5$  դեպքում:  $a = 0$  և

$b = 0$  դեպքում այդ արտահայտության արժեքը հավասար է  $\frac{7}{4}$ , իսկ  $a = -3$ ,

$b = 0$  դեպքում այն հավասար է  $\frac{23}{20}$  և այլն:

Նման ձևով սահմանվում են երեք, չորս և ավելի տառեր պարունակող ամբողջ արտահայտությունների թվային արժեքները:

## ՕՐԻՆԱԿ 1.

$$\frac{1}{6} a - \frac{1}{15} b + c(a + b)$$

արտահայտության արժեքը  $a = 3$ ,  $b = -5$ ,  $c = 0,3$  դեպքում հավասար է

$$\frac{1}{6} \cdot 3 - \frac{1}{15} \cdot (-5) + 0,3(3 + 1 - 5) = \frac{7}{30}$$

## ՕՐԻՆԱԿ 2.

$x - y + t(z - x) + z(t + y)$  արտահայտության արժեքը  $x = -0,1$ ;  $y = -3,2$ ;  $z = 1,7$ ;  $t = 3,5$  դեպքում հավասար է

$$(-0,1) - (-3,2) + 3,5 \cdot (1,7 - (-0,1)) + 1,7 \cdot (3,5 + (-3,2)) = 9,91:$$

Ընդգծենք, որ ցանկացած ամբողջ արտահայտության համար նրա մեջ մտնող տառերի ցանկացած թվային արժեքների համար համապատասխան թվային արտահայտությունը իմաստ ունի, որովհետև չի պարունակում գրոյի վրա բաժանման գործողություն:

**ԽՆԳԻՐ 1.\*** Ապացուցենք, որ  $x$ -ի ցանկացած արժեքի համար  $x^2 + 1$  արտահայտության արժեքը փոքր չէ 1-ից:

Իրոք, ցանկացած  $x$  թվի համար  $x^2$  թիվը ոչ բացասական է: Եթե ոչ բացասական թվին ավելացնենք 1, ապա կստանանք 1-ից ոչ փոքր թիվ, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

Սովորաբար, խնդիր 1-ը ձևակերպում են այսպես՝ «Ապացուցենք, որ ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է  $x^2 + 1 \geq 1$  անհավասարությունը»:

Հետագայում մենք հենց այդպես էլ կձևակերպենք մնացած տիպի խնդիրները:

**ԽՆԳԻՐ 2.\*** Ապացուցենք, որ ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար ճիշտ է  $x^2 + y^2 \geq 0$  անհավասարությունը:

Իրոք, ցանկացած  $x$  թվի համար  $x^2$ -ն ոչ բացասական է, ցանկացած  $y$  թվի համար  $y^2$  թիվը ոչ բացասական է, իսկ ոչ բացասական թվերի գումարը ոչ բացասական է: Հետևաբար, ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար ճիշտ է  $x^2 + y^2 \geq 0$  անհավասարությունը, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

143. ա) Ի՞նչն են անվանում ամբողջ արտահայտություն. բերեք օրինակներ:
- բ) Ամբողջ արտահայտություն է, արդյոք, թիվը, միանդամը, բազմանդամը:
- գ) Արդյո՞ք ցանկացած ամբողջ արտահայտություն կարելի է ձևափոխել կատարյալ տեսքի բազմանդամի:
- դ) Կարո՞ղ է, արդյոք, ամբողջ արտահայտությունը հավասար լինել գրոյական բազմանդամի. բերեք օրինակներ:

144. Տրված արտահայտություններից որո՞նք են ամբողջ.

ա)  $7\left(2\frac{1}{2} - 5 \cdot 24\right)$ ;

բ)  $7a^2bc$ ;

գ)  $3xy(2a + 3b)$ ;

դ)  $(x - 2)(3y + 4) - \frac{2abc}{mn}$ ;

ե)  $\left(\frac{7}{8}a^2 - \frac{3}{5}ab^4\right)\frac{7}{12}a - 8b^4$ ;

զ)  $2x(3 - x) + 4 - 8x$ :

145. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $2(x - 1) + 3(2 - x)$ ;

բ)  $2ab(3 - 2a) + 4b(3a - 7a^2)$ ;

գ)  $7m(m - n) - 3n(n + m)$ ;

դ)  $(x - 2y) \cdot 2xy - 28x^2y$ :

146. Ձևափոխեք արտահայտությունը կատարյալ տեսքի բազմանդամի և որոշեք նրա աստիճանը:

Հաշվարկներում նշանի սխալ կատարելուց խուսափելու համար պետք է ձևափոխությունները կատարել, օրինակ, այսպես՝

$$(x + 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) = (x^2 + 2x + x + 2) - (x^2 + 4x + 3x + 12) = \\ = (x^2 + 3x + 2) - (x^2 + 7x + 12) = x^2 + 3x + 2 - x^2 - 7x - 12 = -4x - 10:$$

ա)  $2x + (x - 1)(x + 1)$ ;

բ)  $7p^2 - (p + 1)(p + 2)$ ;

գ)  $(a + 2)(a - 1) - (a + 1)(a - 2)$ ;

դ)  $(p + 2)(p - 1) + (p + 3)(p - 5)$ ;

ե)  $(4 - x)(2 - x) - (x + 2)(1 - x)$ :

Պարզեցրեք ամբողջ արտահայտությունը (147-149).

147. ա)  $(5ab^2 + 4b^3)(3ab^3 - 4a^2) - 18a^2b^3$ ;

բ)  $(7x^3y^2 - xy)(-2x^2y^2 + 5xy^3) + 12x^5y^4$ ;

գ)  $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y) - x^2y(x - y)$ ;

դ)  $a^2(a^2 - b^2) - (a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)(a + b)$ ;

ե)  $2 - (-4x + 1)(x - 1) + 2(6x - 4)(x + 3)$ ;

զ)  $6(x + 1)(x + 1) + 2(x - 1)(x^2 + x + 1) - 2(x + 1)$ ;

է)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x - 3)(x + 3)$ ;

ը)  $3(3x - 1)(2x + 5) - 6(2x - 1)(x + 2)$ ;

թ)  $(x^2 + 2)(x^2 + 2) - (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ ;

ժ)  $5(a - 2)(a + 2) - \frac{1}{2}(8a - 6)(8a - 6) + 17$ :

148. ա)  $(a^2 + 1)(a^2 + 1) + (a - 1)(a^2 + 1) - a^2$ ;  
 բ)  $(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1) - (x^2 - 1)(x^2 - 1)(x^2 - 1)$ ;  
 գ)  $\left(m + \frac{1}{2}\right)\left(m^2 - \frac{1}{2}m + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2}m^3 - \frac{1}{2}m^2\right)$ ;  
 դ)  $\left(\frac{1}{2}a - 2b\right)\left(\frac{1}{4}a^2 + ab + 4b^2\right) - \left(\frac{1}{8}a^3 - 8b^3\right)$ ;  
 ե)  $15x^3y^2 - (5xy - 2)(3x^2y + x)$ ;  
 զ)  $(a + b + c)(a + b - c) - 2ab$ ;  
 է)  $(a + 2b)(a + c) - (a - 2b)(a - c)$ ;

149. ա)  $(x^2 + y^2 + x + y)(x + y + xy)$ ;  
 բ)  $(2a^2bc - 3b^2c - 7bc^2)(a^2c - b^3c^2 + 3bc^3 - 8c^2)$ ;  
 գ)  $(m^2 - mn^2 - mn - n^2)(m - mn - n^2 + n)$ ;  
 դ)  $(0,1p^3 - 2p^2q - 0,5pq^2 + 1,2p^3)(8p^2 - 0,2pq + 5q^2)$ ;

150. Հաշվեք ամբողջ արտահայտության արժեքը  $x = -10$  դեպքում.  
 ա)  $3x - 8$ ;                      բ)  $3x^2 + 4x + 1$ ;                      գ)  $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + x$ :

**Օրինակ`** եթե  $x = -2$ , ապա  $2x^2 - 7x + 5 = 2 \cdot (-2)^2 - 7 \cdot (-2) + 5 =$   
 $= 2 \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 5 = 8 + 14 + 5 = 27$ :

151. Գտեք ամբողջ արտահայտության արժեքը  $a = -1$ ;  $b = 2$ ,  $c = 3$  դեպքում.  
 ա)  $abc$ ;                      բ)  $ab^2c^3$ ;                      գ)  $3a^2(bc)$ ;  
 դ)  $(2ab)^3c^2$ ;                      ե)  $(a^2 - b^2) - 3c$ ;                      զ)  $7(a^3 - b^2)^2 + c^3$ :

152. Լրացրեք աղյուսակը.

$x$	1	3	0	-1	-5	0,5	$-\frac{1}{3}$
$x - 1$							
$x^2 - 1$							
$x^2 - 3x$							
$2x^2 - 3x + 7$							



153. Հաշվեք արտահայտության արժեքը.

ա)  $x^2$ ;  $x = 0,3$ ;  $x = 0,01$ ;  $x = 1,7$ ;  $x = 0,001$ ;  $x = 0,05$  դեպքում:

բ)  $a^2$ ;  $a$ -ի տված արժեքների դեպքում: Արդյունքները գրեք աղյուսակում՝

$a$	7	1	-1	2	3	4	-3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2}$
$a^2$										

154. Հաշվեք արտահայտության արժեքը  $x = -1\frac{1}{3}$  դեպքում.

ա)  $-x^2$ ;                      բ)  $(-x)^2$ ;                      գ)  $-x^3$ ;                      դ)  $(-x)^3$ :

155. Հավասարությունը ճի՞շտ է արդյոք  $a$ -ի ցանկացած արժեքի դեպքում.

ա)  $-a^2 = (-a)^2$ ;    բ)  $-a^3 = (-a)^3$ ;    գ)  $a^2 = a^3$ ;                      դ)  $a^2 + a^3 = 0$ :

156. Հաշվեք խորանարդի  $V$  ծավալը, եթե նրա կողը հավասար է.

ա) 1 սմ,    բ) 3 սմ,    գ) 10 սմ,    դ) 20 սմ,    ե) 0,5 սմ,    զ) 1,2 սմ:

Հաշվեք արտահայտության արժեքը (157-159).

157. ա)  $(3a^2b - 5x)(7a - 4bx^2)$  եթե  $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $x = 1$ ;

բ)  $(2xy^2 - 3a)(4x - 5ya^3)$  եթե  $x = 1$ ,  $y = -1$ ,  $a = 2$ ;

գ)  $(x^3yz^2 - 4xy^3)(3x^2y^3 - 5xy^2z^3)$  եթե  $x = 2$ ,  $y = -1$ ,  $z = -1$ ;

դ)  $(a^2b^2c - 3b^5c^3)(5a^3bc^4 + 7ab^4c)$  եթե  $a = -1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -1$ ;

158. ա)  $(a + b + c)(a^2 + b^2)$  եթե  $a = -3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 4$ ;

բ)  $(a + b - c)(a^2 - b^2)$  եթե  $a = 3$ ,  $b = 2$ ,  $c = -4$ ;

գ)  $(0,1 - x)(0,1 + y)(0,1 + z)$  եթե  $x = 2$ ,  $y = -1$ ,  $z = 2$ ;

դ)  $(x + 0,1y)(0,1x + y)(0,1x + y)$  եթե  $x = -2$ ,  $y = 1$ ;

ե)  $\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{1}{2} - x\right)$  եթե  $x = 4$ ;

զ)  $\left(\frac{1}{3}p + \frac{1}{2}q\right)\left(\frac{1}{3}p + \frac{1}{2}q\right)\left(\frac{1}{3}p + \frac{1}{2}q\right)$  եթե  $p = 9$ ,  $q = -1$ ;

է)  $(1 + x)(x + 2)(3 + x)(x + 4)$  եթե  $x = -\frac{1}{3}$ ;

ը)  $(a - 1)(a + 1)(b - 1)(b + 1)$  եթե  $a = -3$ ,  $b = -5$ ;

թ)  $(m - n)(m + n)(n - m)(n + m)$  եթե  $m = -0,5$ ,  $n = 0,3$ ;

ժ)  $(1 - x)(x - 2)(3 - x)(x - 4)$  եթե  $x = 2$ :

159. ա)  $a^2 + 5a - 13$  եթե  $a = -3$ ;  
 բ)  $0,2a^2 + 3b - \frac{1}{5}a + \frac{7}{4}$  եթե  $a = 1, b = -2$ ;  
 գ)  $x - y + (z - x) + z(t + y)$  եթե  $x = 0, y = -1, z = -3, t = 2$ ;  
 դ)  $2x + 3y - z + 3$  եթե  $x = 1, y = -1, z = -1$ ;  
 ե)  $\frac{1}{3}a - \frac{1}{15}b + c(a + b)$  եթե  $a = 3, b = -5, c = 0,3$ ;  
 զ)  $(a - b)(c - d)$  եթե  $a = 1, b = 2, c = -3, d = 4$ ;

160. Ճի՞շտ է, արդյոք, որ  $-a$  արտահայտության արժեքը բացասական է  $a$ -ի ցանկացած արժեքի համար:

161. Նշեք  $a$ -ի և  $b$ -ի բոլոր այն արժեքները, որոնց համար ճիշտ է հավասարությունը.

- ա)  $a + b = 0$ ,      բ)  $a \cdot b = 1$ ,      գ)  $a \cdot b = a$ ,      դ)  $a \cdot b = -1$

162. Ապացուցեք, որ

ա) Ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է  $x^2 - 5 \geq -5$  անհավասարությունը:

բ) Ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար ճիշտ է  $x^2 + y^2 - 3 \geq -3$  անհավասարությունը:

## 2.8 Ամբողջ արտահայտությունների նույնաբար հավասարությունը

Վերը դիտարկվեցին միանդամների, բազմանդամների, ամբողջ արտահայտությունների հավասարությունները: Դիտարկենք միանդամների այդպիսի մի հավասարություն՝

$$2aaabb = 2ababa: \tag{1}$$

Այն վերածվում է ճիշտ թվային հավասարության, եթե նրա մեջ տառերը փոխարինենք թվերով: Չէ՞ որ նրա ձախ մասում կատարվի թվերի արտադրյալ, իսկ աջ մասում՝ նույն արտադրյալը՝ միայն տեղափոխված արտադրիչներով, իսկ թվերի արտադրյալը կախված չէ արտադրիչների հերթականությունից:

Երբ ասում են, որ հավասարության մեջ տառերը փոխարինվում են թվերով, ապա նկատի ունեն, որ միևնույն տառը, որտեղ էլ որ այն գտնվի հավասարության մեջ, փոխարինվում է միևնույն թվով:

Դիտարկենք այժմ բազմանդամների հավասարություն՝

$$x + y = y + x \tag{2}$$

Այն վերածվում է ճիշտ թվային հավասարության, եթե նրա մեջ տառերը փոխարինենք թվերով: Որովհետև այդ դեպքում ձախ մասում կստացվի թվերի գումար, իսկ աջ մասում նույն գումարը՝ տեղափոխված գումարելիներով, բայց թվերի գումարը գումարելիների տեղափոխությունից չի փոխվում:

Ընդհանրապես, եթե տրված բազմանդամը հավասարեցնենք նրանից անդամների տեղափոխությամբ տարբերվող բազմանդամի, ապա կստացվի բազմանդամների հավասարություն: Բայց եթե այդ հավասարության մեջ տառերի փոխարեն տեղադրենք ցանկացած թվեր, կստացվի ճիշտ թվային հավասարություն, որովհետև գումարելիների տեղափոխությունից գումարը չի փոխվում: Նման տիպի դատողությունները ցույց են տալիս, որ նման անդամների միացումից, միանդամը բազմանդամով բազմապատկելիս, բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելիս և այլն, ստացված հավասարությունները վերածվում են ճիշտ թվային հավասարությունների, եթե նրանց մեջ մտնող տառերը փոխարինենք թվերով:

Տառային ամբողջ արտահայտությունների հավասարությունը անվանում են **նույնություն**, եթե նրանց մեջ մտնող տառերի փոխարեն ցանկացած թվեր տեղադրելու դեպքում այն վերածվում է ճիշտ թվային հավասարության:

Ամբողջ արտահայտությունների վերը դիտարկված բոլոր հավասարությունները նույնություններ են:

Մասնավորապես՝ (1) և (2) հավասարությունները նույնություններ են: Հաճախ  $A$  և  $B$  ամբողջ արտահայտությունների համար «ապացուցեք  $A = B$  հավասարությունը» բառերի փոխարեն գրում են՝ «ապացուցեք  $A = B$  նույնությունը»:

Նույնությունների ապացուցման համար օգտագործվում են միանդամների և բազմանդամների նախկինում ուսումնասիրված հատկությունները, ինչպես նաև նրանց հետ գործողություններ կատարելու կանոնները:

### **ՕՐԻՆԱԿ 1.** Ապացուցենք

$$(a^2 + b)(a^2 - b) = a^4 - b^2 \quad (3)$$

նույնությունը:

**Ապացույց:** Չնափոխենք (3) հավասարության ձախ մասը՝ սկզբում կիրառելով բազմանդամների բազմապատկման կանոնը, այնուհետև՝ նման անդամների միացման կանոնը՝

$$(a^2 + b)(a^2 - b) = a^4 + a^2b - a^2b - b^2 = a^4 - b^2:$$

Հետևաբար՝ (3) հավասարության ձախ մասը հավասար է աջ մասին, իսկ դա էլ նշանակում է, որ (3) նույնությունը ապացուցված է:

### **ՕՐԻՆԱԿ 2.** Ապացուցենք

$$a^4 - 1 = (a - 1)(a^3 + a^2 + a + 1) \quad (4)$$

նույնությունը:

**Ապացույց:** Ձևափոխենք (4) հավասարության աջ մասը՝ սկզբում կիրառելով բազմանդամների բազմապատկման կանոնը, այնուհետև՝ նման անդամների միացման կանոնը՝

$$(a - 1)(a^3 + a^2 + a + 1) = a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a + a - 1 = a^4 - 1:$$

Հետևաբար՝ (4) հավասարության աջ մասը հավասար է ձախ մասին, իսկ դա էլ նշանակում է, որ (4) նույնությունը ապացուցված է:

**ՕՐԻՆԱԿ 3.** Ապացուցենք

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = (a + 1)(a^2 - a + 1) - 2 \quad (5)$$

նույնությունը:

**Ապացույց:** Ձևափոխենք (5) հավասարության երկու մասերը՝

$$(a - 1)(a^2 + a + 1) = a^3 - a^2 + a^2 - a + a - 1 = a^3 - 1,$$

$$(a + 1)(a^2 - a + 1) - 2 = a^3 + a^2 - a^2 - a + a + 1 - 2 = a^3 - 1:$$

Այժմ ակնհայտ է, որ (5) հավասարության ձախ և աջ մասերը իրար հավասար են, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

**Ջրոշակյան բազմանդամները նույնաբար հավասար են զրոյի,** այսինքն՝ նրանց մեջ մտնող տառերի ցանկացած թվային արժեքների համար նրանց թվային արժեքը հավասար է զրոյի:

Այդպիսի բազմանդամներ են օրինակ՝

$$a - a, 3x^2 - x^2 - 2x^2$$

բազմանդամները:

Մնացած (ոչ զրոշակյան) բազմանդամները կարող են 0 դառնալ նրանց մեջ մտնող տառերի որոշակի թվային արժեքների համար, սակայն ոչ նույնաբար, այսինքն՝ յուրաքանչյուր ոչ զրոշակյան բազմանդամի համար գոյություն ունեն նրա մեջ մտնող տառերի այնպիսի թվային արժեքներ, որոնց համար բազմանդամի արժեքը զրո չէ: Ահա ոչ զրոշակյան բազմանդամների օրինակներ՝

$$a + b, x - y, a^2 + b^2 + 1:$$

Առաջին բազմանդամը՝  $a + b$ -ն, 0 է դառնում միայն  $a$ -ի և  $b$ -ի այնպիսի արժեքների համար, որոնք բավարարում են  $a = -b$  պայմանին, իսկ նրանց մնացած բոլոր արժեքների համար զրո չի դառնում:

Երկրորդ բազմանդամը՝  $x - y$ -ը, 0 է դառնում միայն  $x = y$  պայմանին բավարարող  $x$ -երի և  $y$ -ների արժեքների դեպքում, իսկ  $x$ -ի և  $y$ -ի մնացած բոլոր թվային արժեքների համար զրո չի դառնում:

Երրորդ բազմանդամը՝  $a^2 + b^2 + 1$ -ը, զրո չի դառնում  $a$ -ի և  $b$ -ի ցանկացած թվային արժեքների համար:

163. ա) Ի՞նչն է կոչվում նույնություն:  
 բ) Նույնությունն է, արդյոք, ամբողջ արտահայտությունների ճիշտ հավասարությունը:  
 գ) Բերեք նույնաբար հավասար ամբողջ արտահայտությունների օրինակներ:  
 դ) Բերեք նույնաբար զրոյի հավասար բազմանդամների օրինակներ:

164. Հետևյալ արտահայտությունները նույնաբար հավասար են (բացատրեք, թե ինչն է).

ա) $(x + y)$ և $(y + x)$ ;	բ) $c(3xy)$ և $3cxy$ ;
գ) $(2a + 7 + a)$ և $(3a + 7)$ ;	դ) $x(3x - 8)$ և $(3x^2 - 8x)$ ;
ե) $(3m - 2n)$ և $(m - 2n + m)$	զ) $(2x - 3)$ և $(3x + 5)$ :

165. Հետևյալ հավասարությունները նույնությունն են (բացատրեք, թե ինչն է).

ա) $2 + x = x + 2$ ;	բ) $2a + 5 = a - 1 + a + 6$ ;
գ) $x^2 - x + 3 = 3 - x + x^2$ ;	դ) $2(3x - 1) = 6x - 2$ ;
ե) $x + y - 2x + 3y = 4y - x$ ;	զ) $2a - b^3 + 3b = 2a$ :

Ապացուցեք նույնությունը (166-167).

166. ա)  $a - b = -(b - a)$ ;  
 բ)  $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ ;  
 գ)  $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ ;  
 դ)  $(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$ ;  
 ե)  $(m - n)(m^2 + mn + n^2) = m^3 - n^3$ ;  
 զ)  $(m + n)(m^2 - mn + n^2) = m^3 + n^3$ ;  
 է)  $(p + 1)(p + 1)(p + 1) = p^3 + 3p^2 + 3p + 1$ ;  
 զ)  $(q - 1)(q - 1)(q - 1) = q^3 - 3q^2 + 3q - 1$ :
167. ա)  $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = 0$ ;  
 բ)  $ab(c - d) - cd(a - b) - ac(b - d) - bd(c - a) = 0$ ;  
 գ)  $(m - n)(2m + 3n)(m - 7) + 7(2m^2 + 2mn - 3n^2) =$   
 $= m(2m^2 + mn - 3n^2 + 7n)$ ;  
 դ)  $(a^3b - b^2)(a^2 - 2b)(a - 3b) + 3a^2b^2(a^3 - 2ab - b) +$   
 $+ 2b^2(a^4 - ab + 3b^2) = a^3b(a^3 - b)$ ;  
 ե)  $(a^2 - 4a + 4)(a^2 + 4a + 4) - a^2(a^2 - 8) = 16$ ;  
 զ)  $(4a^2 + 4a + 1)(4a^2 - 4a + 1) - 8a^2(2a^2 - 1) = 1$ ;  
 է)  $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1) - a^8 = -1$ ;  
 զ)  $(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)(a^4 + 16) - a^8 = -256$ :

### § 3. Կրճատ բազմապատկման բանաձևերը

#### 3.1 Գումարի քառակուսին

Ըստ սահմանման՝

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

Օգտվելով բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու կանոնից՝ ստանում ենք՝

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = a \cdot a + b \cdot a + a \cdot b + b \cdot b = \\ &= a^2 + 2ab + b^2:\end{aligned}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (1)$$

հավասարությունը անվանում են **գումարի քառակուսու բանաձև**:

Քանի որ (1) բանաձևում  $a$ -ն և  $b$ -ն կարելի է համարել կամայական թվեր, ապա այդ բանաձևը սովորաբար կարդում են այսպես՝

**երկու թվերի գումարի քառակուսին հավասար է առաջին թվի քառակուսուն գումարած առաջին և երկրորդ թվերի կրկնապատիկ արտադրյալը, գումարած երկրորդ թվի քառակուսին:**

Գումարի քառակուսու բանաձևը հաճախ կիրառվում է հաշվարկների պարզեցման համար, օրինակ՝

$$51^2 = (50 + 1)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2601$$

$$37^2 + 2 \cdot 37 \cdot 63 + 63^2 = (37 + 63)^2 = 10000:$$

(1) բանաձևը, եթե այն կարդանք աջից ձախ, ցույց է տալիս, որ  $a^2 + 2ab + b^2$  բազմանդամը կարելի է վերլուծել արտադրիչների, այն է՝ ներկայացնել երկու միևնույն արտադրիչների արտադրյալի տեսքով՝  $(a + b) \cdot (a + b)$ :

168. Գրառեք և կարդացեք գումարի քառակուսու բանաձևը:

169. Արտահայտությունը ձևավոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի երկու եղանակով՝

$$\text{ա) } (m + n)^2; \quad \text{բ) } (2 + x)^2; \quad \text{գ) } (y + 4)^2; \quad \text{դ) } (1 + p)^2;$$

$$\text{ե) } (2x + 1)^2; \quad \text{զ) } (2 + 3a)^2; \quad \text{է) } (3m + 5n)^2; \quad \text{ը) } (3x + 4y)^2:$$

Օրինակ.

$$\begin{aligned}(2a + 3b)^2 &= (2a + 3b)(2a + 3b) = 4a^2 + 6ab + 6ab + 9b^2 = \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2,\end{aligned}$$

$$(2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2:$$

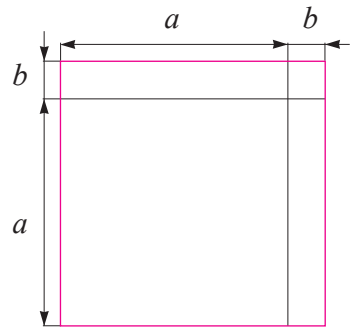
170. Օգտագործելով գումարի քառակուսու բանաձևը՝ արտահայտությունը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի.

- ա)  $(a^2 + b)^2$ ;                      բ)  $(x + y^3)^2$ ;                      գ)  $(m^2 + n^2)^2$ ;  
 դ)  $(p^3 + q^5)^2$ ;                      ե)  $(ab + c)^2$ ;                      զ)  $(x + yx)^2$ ;  
 է)  $(3m + n^3)^2$ ;                      ը)  $(2p + 3q^2)^2$ ;                      թ)  $(3ab^2 + 2c^3)^2$ :

171. Արտահայտությունը ձևափոխեք բազմանդամի.

- ա)  $\left(\frac{1}{2} + a\right)^2$ ;                      բ)  $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$ ;                      գ)  $(m + 0,2)^2$ ;  
 դ)  $(1,1 + p)^2$ ;                      ե)  $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)^2$ ;                      զ)  $\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{5}y\right)^2$ ;  
 է)  $(0,2m + 2,1n)^2$ ;                      ը)  $(0,4p + 0,3q)^2$ ;                      թ)  $\left(\frac{3}{5}ab + \frac{1}{2}c^2\right)^2$ :

172. Օգտվելով նկար 4-ից՝ ապացուցեք, որ  $a > 0$ ,  $b > 0$  դեպքում ճիշտ է  $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$  հավասարությունը:



Նկ. 4

173. Հաշվեք՝ կիրառելով գումարի քառակուսու բանաձևը.

- ա)  $41^2$ ;                                      բ)  $91^2$ ;  
 գ)  $201^2$ ;                                    դ)  $32^2$ ;  
 է)  $72^2$ ;                                      զ)  $302^2$ ;

174. 5-ով վերջացող ցանկացած բնական թիվ կարելի է գրել  $10a + 5$  տեսքով:

**Օրինակ**  $25 = 10 \cdot 2 + 5$ :

Ապացուցեք, որ այդպիսի թվի քառակուսին հաշվելու համար  $a(a + 1)$  արտադրյալին աջից պետք է կցագրել 25:

**Օրինակ**  $25^2 = \underline{6}25$  ( $2 \cdot 3 = \underline{6}$ ):

175. Բազմանդամը ներկայացրեք գումարի քառակուսու տեսքով.

- ա)  $x^2 + 2xy + y^2$ ;                      բ)  $a^2 + 4ab + 4b^2$ ;  
 գ)  $9m^2 + 6mn + n^2$ ;                      դ)  $16p^2 + 40pq + 25q^2$ ;  
 է)  $x^2 + 2x + 1$ ;                      զ)  $9 + 6a + a^2$ ;  
 է)  $16 + 8p + p^2$ ;                      ը)  $4m^2 + 9n^2 + 12mn$ ;  
 թ)  $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$ ;                      ժ)  $a^6 + 2a^3b^3 + b^6$ ;

176. C և D տառերի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $(a + C)^2 = D + 2ab + b^2$ ;

բ)  $(2x + C)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$ ;

գ)  $(C + 3m)^2 = 4n^2 + 12mn + 9m^2$ ;

դ)  $(C + D)^2 = 9p^2 + 30pq + 25q^2$ ;

177. Արտահայտությունը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի.

ա)  $(a + b)^2 + (a + b)(a - b)$ ;

բ)  $(a + 3)^2 + (a + 1)^2$ ;

գ)  $2(m + 1)^2 + 3(m + 2)^2$ ;

դ)  $5(p + q)^2 + 3(p + 2q)^2$ ;

ե)  $(2a + 3b)^2 - (3a + 2b)^2$ ;

զ)  $2(3x + y)^2 - 3(2x + 3y)^2$ ;

է)  $(m + n)^2 + 2(m + n)(2m - n) + (2m - n)^2$ ;

ը)  $2(p + 3q)(p + 2q) - (p + 2q)^2 - (3q + p)^2$ ;

178. Արտահայտությունը գրեք բազմանդամի տեսքով.

ա)  $(a + 2b)(a + 2b)$ ;

բ)  $(2x + 3y)^2$ ;

գ)  $(3x + y)^2 + (x + 3y)^2$ ;

դ)  $(x + 2)^2$ ;

179. Պարզեք, արդյոք բազմանդամը ինչ-որ երկանդամի քառակուսի է.

ա)  $a^2 + 4ac + 4c^2$ ;

բ)  $1 + x^2 + 2x$ ;

գ)  $a^2c^2 + 2acd + d^2$ ;

դ)  $9 + 6x + x^2$ ;

180. Հաճախ օգտագործվում է  $(1 + x)^2 \approx 1 + 2x$  մոտավոր հավասարությունը: Ընդ որում՝ կատարվում է  $x^2$  կարգի սխալանք, որը փոքր է  $x$ -ի գրոյին մոտ արժեքների համար: Օրինակ՝

$$1,001^2 = (1 + 0,001)^2 \approx 1 + 2 \cdot 0,001 = 1,002:$$

Օգտագործելով այս մոտավոր հավասարությունը՝ հաշվեք.

ա)  $1,0002^2$ ;

բ)  $1,00001^2$ ;

գ)  $1,000003^2$ ;

դ)  $1,0000004^2$ ;

### 3.2 Տարբերության քառակուսին

Հետևյալ ակնհայտ հավասարություններից՝

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = aa - ba - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

ստանում ենք՝

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2: \tag{1}$$

Այս հավասարությունը անվանում են **տարբերության քառակուսու բանաձև**: Քանի որ այդ բանաձևում  $a$ -ն և  $b$ -ն կարելի է համարել ցանկացած թվեր, ապա այն կարողում են այսպես՝



**երկու քվերի փարբերության քառակուսին հավասար է առաջին քվի քառակուսուց հանած առաջին և երկրորդ քվերի կրկնապարհի արտադրյալը, գումարած երկրորդ քվի քառակուսին:**

Այս բանաձևը նույնպես հաճախ կիրառվում է հաշվարկների պարզեցման համար, օրինակ՝

$$49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 + 1 = 2401,$$

$$29^2 - 2 \cdot 29 \cdot 9 + 9^2 = (29 - 9)^2 = 400:$$

(1) բանաձևը, եթե այն կարդանք աջից ձախ, ցույց է տալիս, որ  $a^2 - 2ab + b^2$  բազմանդամը կարելի է ներկայացնել երկու միևնույն արտադրիչների արտադրյալի տեսքով՝  $(a - b)(a - b)$ :

**Գիտողություն.** (1) բանաձևը կարելի է ստանալ նախորդ կետի (1) բանաձևից՝ նրա մեջ ամեն տեղ  $b$ -ն փոխարինելով  $-b$ -ով:

181. Գրառեք և կարդացեք տարբերության քառակուսու բանաձևը:

182. Արտահայտությունը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի երկու եղանակներով.

ա)  $(a - b)^2$ ;                      բ)  $(x - 3)^2$ ;                      գ)  $(1 - m)^2$ ;

դ)  $(5 + p)^2$ ;                      ե)  $(2a - 3)^2$ ;                      զ)  $(4 - 3y)^2$ ;

է)  $(3m + 2n)^2$ ;                      ը)  $(5p - 2q)^2$ :

183. Օգտագործելով գումարի կամ տարբերության քառակուսու բանաձևը՝ արտահայտությունը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի.

ա)  $(a - b^2)^2$ ;                      բ)  $(x^3 - y)^2$ ;                      գ)  $(m^3 - n^2)^2$ ;

դ)  $(p^4 + q^2)^2$ ;                      ե)  $(a^3 + ab)^2$ ;                      զ)  $(x^3 - y^2z)^2$ ;

է)  $(2m - n^2)^2$ ;                      ը)  $(3p^2 - 2q^3)^2$ ;                      ֆ)  $(4a^2b - 3ab^2)^2$ :

184. Արտահայտությունը ձևափոխեք բազմանդամի.

ա)  $\left(\frac{1}{5}mn - m^3\right)^2$ ;                      բ)  $\left(-\frac{1}{2} + 3bc\right)^2$ ;

գ)  $\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}y^4\right)^2$ ;                      դ)  $\left(-1\frac{1}{2}p^2 + \frac{2}{3}q\right)^2$ ;

$$\text{ե) } \left(1 - \frac{1}{3} ab^2 - 3a^2b\right)^2;$$

$$\text{զ) } \left(2m^3n^2 - 2 \frac{1}{2} mn^3\right)^2;$$

$$\text{է) } (0,1a + 3a^2b)^2;$$

$$\text{ը) } (1,2xy + 0,7x^2)^2;$$

$$\text{թ) } (-0,5x^3y^2 + 0,3xy^5)^2;$$

185. Օգտվելով նկար 5-ից՝ ապացուցեք տարբերության քառակուսու բանաձևը  $a > 0, b > 0, a > b$  դեպքում:

186. Օգտագործելով տարբերության քառակուսու բանաձևը՝ հաշվեք.

$$\text{ա) } 49^2;$$

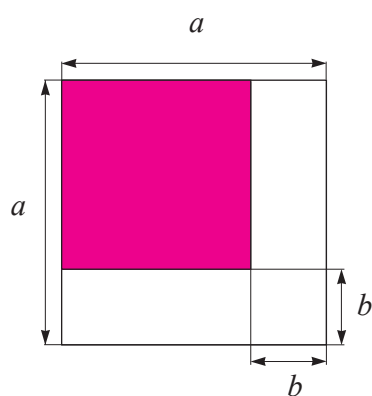
$$\text{բ) } 89^2;$$

$$\text{գ) } 199^2;$$

$$\text{դ) } 38^2;$$

$$\text{ե) } 98^2;$$

$$\text{զ) } 198^2;$$



187. Բազմանդամը ներկայացրեք տարբերության քառակուսու տեսքով.

$$\text{ա) } a^2 - 2ab + b^2;$$

$$\text{բ) } 4x^2 - 4xy + y^2;$$

$$\text{գ) } 9m^2 - 6m + 1;$$

$$\text{դ) } 25 - 30c + 9c^2;$$

$$\text{ե) } 16p^2 - 56pq + 49q^2;$$

$$\text{զ) } 100a^2 + 25b^2 - 100ab;$$

$$\text{է) } x^4 - 6x^2y + 9y^2;$$

$$\text{ը) } 16 + 9x^6 - 24x^3;$$

188. Ապացուցեք նույնությունը.

$$\text{ա) } (a - b)^2 = (b - a)^2,$$

$$\text{բ) } (-a - b)^2 = (a + b)^2;$$

189. C և D տառերի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

$$\text{ա) } (a - C)^2 = a^2 - 4a + 4;$$

$$\text{բ) } (C - y)^2 = 4x^2 - D + y^2;$$

$$\text{գ) } (C - D)^2 = 9m^2 - 12mn + 4n^2;$$

$$\text{դ) } (C + 3q)^2 = D - 24pq + 9q^2;$$

190. Արտահայտությունը ձևափոխեք կատարյալ տեսքի բազմանդամի.

$$\text{ա) } (m + n)^2 + (m - n)^2;$$

$$\text{բ) } 2(a - 1)^2 + 3(a - 2)^2;$$

$$\text{գ) } 5(x - y)^2 + (x - 2y)^2;$$

$$\text{դ) } 4(m - 2n)^2 - 3(3m + n)^2;$$

$$\text{ե) } 3(2a - b)^2 - 5(a - 2b)^2;$$

$$\text{զ) } 4(3x + 4y)^2 - 7(2x - 3y)^2;$$

$$\text{է) } 2(p - 3q)^2 - 4(2p - q)^2 - (2q - 3p)(p + q);$$

$$\text{ը) } 5(n - 5m)^2 - 6(2n - 3m)^2 - (3m - n)(7m - n);$$

$$\text{թ) } (2p - q)^2 - 2(2p - q)(p - q) + (p - q)^2;$$

191. Արտահայտությունը գրեք բազմանդամի տեսքով.

$$\text{ա) } (x - 2y)^2;$$

$$\text{բ) } (ab - c)^2;$$

$$\text{գ) } (5xy - 2)^2;$$

192. Պարզեք, հանդիսանո՞ւմ է, արդյոք, բազմանդամը մի որևէ երկանդամի քառակուսի.

ա)  $a^2 - 4ab + b^2$ ;    բ)  $x^2 - 4x + 4$ ;    գ)  $a^4 - 2a^2 + 1$ :

193. Հաճախ օգտագործվում է  $(1 - x)^2 \approx 1 - 2x$  մոտավոր հավասարությունը: Ընդ որում՝ կատարվում է  $x^2$  սխալանք, որը  $x$ -ի զրոյին մոտ արժեքների համար կլինի փոքր: Օրինակ՝

$$0,99^2 = (1 - 0,01)^2 \approx 1 - 2 \cdot 0,01 = 0,98$$

Օգտագործելով այդ մոտավոր հավասարությունը՝ հաշվեք՝

ա)  $0,98^2$ ;    բ)  $0,999^2$ ;    գ)  $0,998^2$ ;    դ)  $0,9997^2$ :

### 3.3\* Լրիվ քառակուսու առանձնացումը

**Օրինակ 1.** Գիտարկենք  $x$ -ի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի  $x^2 + 6x + 5$  բազմանդամը:

Այդ բազմանդամը կարելի է ձևափոխել հետևյալ կերպ.

$$x^2 + 6x + 5 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 + 5 = (x + 3)^2 - 4$$

$6x$ -ը մենք ներկայացրեցինք  $x$ -ի և  $3$ -ի կրկնապատիկ արտադրյալի տեսքով, այնուհետև գումարեցինք և հանեցինք  $3^2$ , և կիրառեցինք գումարի քառակուսու բանաձևը  $x + 3$  երկանդամի համար:

Այսպիսով, ստացվեց

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$$

հավասարությունը, որը ցույց է տալիս, որ  $x^2 + 6x + 5$  երկրորդ աստիճանի բազմանդամը հավասար է  $x + 3$  երկանդամի քառակուսու և  $-4$  թվի գումարին: Այս դեպքում ասում են, որ  $x^2 + 6x + 5$  բազմանդամից **առանձնացված է լրիվ քառակուսի**:

**Օրինակ 2.** Գիտարկենք  $x$ -ի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի  $x^2 - 8x$  բազմանդամը:

Կատարենք ձևափոխություններ՝

$$x^2 - 8x = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 4^2 = (x - 4)^2 - 16$$

$8x$ -ը մենք ներկայացրեցինք  $x$ -ի և  $4$ -ի կրկնապատիկ արտադրյալի տեսքով, բազմանդամին գումարեցինք և հանեցինք մինևույն  $4^2$  թիվը և վերջապես կիրառեցինք տարբերության քառակուսու բանաձևը  $x - 4$  երկանդամի համար:

Այսպիսով, ստացվեց

$$x^2 - 8x = (x - 4)^2 - 16$$

---

\*-ով նշված վերնագրերը նախատեսված չեն պարտադիր ուսուցման համար:

հավասարությունը, որը ցույց է տալիս, որ  $x^2 - 8x$  երկրորդ աստիճանի բազմանդամը հավասար է  $x - 4$  երկանդամի քառակուսու և  $-16$  թվի գումարին: Հետևաբար՝  $x^2 - 8x$  բազմանդամից առանձնացված է լրիվ քառակուսի:

Նման կերպ դատելով՝ լրիվ քառակուսի կարելի է առանձնացնել  $x$ -ի նկատմամբ ցանկացած երկրորդ աստիճանի բազմանդամից, որի մեջ  $x^2$ -ու գործակիցը 1 է, այսինքն՝ այդ բազմանդամը կարելի է ներկայացնել երկանդամի քառակուսու և թվի գումարի տեսքով:

Բերենք  $x$ -ի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի բազմանդամից լրիվ քառակուսի առանձնացնելու ևս մի քանի օրինակ:

### Օրինակ 3.

$$x^2 + x + 1 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

### Օրինակ 4.

$$x^2 - 6x + 9 = 2x - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 + 9 = (x - 3)^2:$$

Լրիվ քառակուսի կարելի է առանձնացնել նաև  $x$ -ի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի այնպիսի բազմանդամներից, որոնցում  $x^2$ -ու գործակիցը 1-ից տարբեր է:

### Օրինակ 5.

$$\text{ա) } 16x^2 + 24x + 1 = (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 3 + 3^2 - 3^2 + 1 = (4x + 3)^2 - 8:$$

$$\text{բ) } 3x^2 + 6x + 1 = 3(x^2 + 2x) + 1 = 3(x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2) + 1 = 3(x + 1)^2 - 2:$$

Լրիվ քառակուսի առանձնացնելը հաճախ օգտագործում են թվային անհավասարությունների ապացուցման համար:

### Օրինակ 6.

Ապացուցենք, որ ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է անհավասարությունը:

$$\text{ա) } x^2 + 6x + 9 \geq 0;$$

$$\text{բ) } x^2 + 4x + 4,1 > 0:$$

### Ապացույց:

ա) Քանի որ  $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$  և ցանկացած  $x$  թվի համար  $(x + 3)^2 \geq 0$ , ապա ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է  $x^2 + 6x + 9 \geq 0$  անհավասարությունը, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

բ) Քանի որ  $x^2 + 4x + 4,1 = (x + 2)^2 + 0,1$  և ցանկացած  $x$  թվի համար ունենք  $(x + 2)^2 \geq 0$ , ապա ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է  $x^2 + 4x + 4,1 > 0$  անհավասարությունը, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

### Օրինակ 7.

Ապացուցենք, որ ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար ճիշտ է

$$x^2 + y^2 + 6x - 14y + 58 \geq 0$$

անհավասարությունը:

#### Ապացույց:

Քանի որ  $x^2 + y^2 + 6x - 14y + 58 = (x + 3)^2 + (y - 7)^2$  և ցանկացած  $x$  թվի համար ճիշտ է  $(x + 3)^2 \geq 0$  անհավասարությունը, իսկ ցանկացած  $y$  թվի համար՝  $(y - 7)^2 \geq 0$  անհավասարությունը, ապա ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար ճիշտ են  $(x + 3)^2 + (y - 7)^2 \geq 0$  և  $x^2 + y^2 + 6x - 14y + 58 \geq 0$  անհավասարությունները, ինչը և պահանջվում էր ապացուցել:

194. Կարելի՞ է, արդյոք,  $x$ -ի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի ցանկացած բազմանդամից, որի մեջ  $x^2$ -ու գործակիցը 1 է, առանձնացնել լրիվ քառակուսի:

195. Արտահայտությունը ներկայացրեք 2 ցուցիչով աստիճանի տեսքով.

ա) 9;	բ) $16x^2$ ;	գ) $4a^2b^2$ ;
դ) $25p^2$ ;	ե) $m^8n^6k^{10}$ ;	զ) $49a^4b^6c^{12}$ ;

196. Արտահայտությունը ներկայացրեք երկու արտահայտությունների կրկնապատիկ արտադրյալի տեսքով.

ա) $4xy$ ;	բ) $6ab$ ;	գ) $10m^2n$ ;
դ) $8pq^4$ ;	ե) $x$ ;	զ) $-3ab$ ;
է) $\frac{1}{2}mn$ ;	ը) $-0,3pq$ ;	թ) $-2,7c$ ;

197. Երկանդամին գումարեք այնպիսի միանդամ, որ ստացված եռանդամը հանդիսանա լրիվ քառակուսի.

ա) $x^2 + 2x$ ;	բ) $a^2 + 4ab$ ;	գ) $m^2 + 1$ ;
դ) $9 + 6p$ ;	ե) $10y + 25$ ;	զ) $16x^2 + 8xy$ ;

Եռանդամից առանձնացրեք լրիվ քառակուսի (198-200).

198. ա) $a^2 + 2a + 2$ ;	բ) $x^2 - 2x + 3$ ;	գ) $m^2 - 2m - 1$ ;
դ) $4 + 2q + q^2$ ;	ե) $x^2 + 6x + 1$ ;	զ) $a^2 - 4a + 1$ ;
է) $m^2 - m + 9$ ;	ը) $16 + 8p + p^2$ ;	թ) $a^2 - 2a$ ;
ժ) $x^2 + 6x$ ;	ի) $m + m^2 + 1$ ;	լ) $3 + p^2 - p$ ;

199.    ա)  $-3a + 3 + a^2$ ;                    բ)  $a^2 - 1 + 5a$ ;                    գ)  $m^2 - 2 + 11m$ ;  
           դ)  $-q + q^2 - 7$ ;                    ե)  $a^2 + \frac{1}{2}a + 4$ ;                    զ)  $x^2 - \frac{1}{3}x - 1$ ;  
           է)  $m^2 + 1$ ;                            լ)  $4 + p^2$ ;                            թ)  $x^2 - 5x$ ;
200.    ա)  $4x^2 + 4x + 5$ ;                            բ)  $9x^2 + 6x + 7$ ;  
           գ)  $16x^2 + 8x - 1$ ;                    դ)  $25x^2 + 20x + 3$ ;  
           ե)  $4x^2 + 4x + 3$ ;                    զ)  $9x^2 + 18x + 4$ ;  
           է)  $2x^2 + 4x + 5$ ;                    լ)  $5x^2 + 20x + 1$ ;  
           թ)  $3x^2 - 12x + 16$ ;                    ժ)  $6x^2 - 24x + 1$ ;

Ապացուցեք, որ ցանկացած  $x$  թվի համար անհավասարությունը ճիշտ է (201-202).

201.    ա)  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ;                            բ)  $x^2 + 4x + 4 \geq 0$ ;  
           գ)  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ ;                            դ)  $x^2 - 8x + 16 \geq 0$ ;
202.    ա)  $x^2 + 2x + 2 > 0$ ;                            բ)  $x^2 + 4x + 5 > 0$ ;  
           գ)  $x^2 - 6x + 11 > 0$ ;                            դ)  $x^2 - 8x + 17 > 0$ ;

Ապացուցեք, որ ցանկացած  $x$  և  $y$  թվերի համար անհավասարությունները ճիշտ են.

203.    ա)  $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20 \geq 0$ ;                    բ)  $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 45 \geq 0$ ;  
           գ)  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 34 \geq 0$ ;                    դ)  $x^2 + y^2 + 10x - 10y + 50 \geq 0$ ;

### 3.4 Քառակուսիների տարբերությունը

Դիտարկենք  $(a + b)(a - b)$  արտադրյալը:

Կիրառելով բազմանդամների բազմապատկման և նման անդամների միացման կանոնները, կստանանք՝

$$(a + b)(a - b) = a^2 + ba - ab - b^2 = a^2 - b^2:$$

Այսպիսով, ստացվում է

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \tag{1}$$

հավասարությունը, որը կոչվում է քառակուսիների տարբերության բանաձև:

Այն կարդացվում է այսպես՝

*երկու բվերի քառակուսիների տարբերությունը հավասար է այդ բվերի գումարի և նրանց տարբերության արտադրյալին:*

(1) Բանաձևով տրվում է  $a^2 - b^2$  բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների: Քառակուսիների տարբերության բանաձևը հաճախ օգտագործում են հաշվարկների պարզեցման համար:

**Օրինակ՝**

$$41 \cdot 39 = (40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1 = 1600 - 1 = 1599:$$

204. Գրառեք և կարդացեք քառակուսիների տարբերության բանաձևը:
205. Կիրառելով քառակուսիների տարբերության բանաձևը՝ լրացրեք բացթողումները.  
ա)  $(x - y)(x + y) = \dots$  ք)  $m^2 - n^2 = \dots$
206. Արտահայտությունը ներկայացրեք բազմանդամի տեսքով երկու եղանակով.  
ա)  $(p + q)(p - q)$ ; ք)  $(a - b)(a + b)$ ;  
գ)  $(c + d)(d - c)$ ; ռ)  $(y - x)(x + y)$ ;  
ե)  $(a - 3)(3 + a)$ ; զ)  $(2 - b)(b + 2)$ ;  
է)  $(m + 1)(m - 1)$ ; ղ)  $(7 - n)(7 + n)$ :
207. Օգտագործելով քառակուսիների տարբերության բանաձևը՝ պարզեցրեք արտահայտությունը: Սկզբում արտահայտությունը ներկայացրեք քառակուսիների տարբերության տեսքով, այնուհետև պարզեցրեք աստիճանի գրառումը:

**Օրինակ՝**

$$(3a - 2b)(3a + 2b) = (3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2:$$

- ա)  $(x + 2y)(x - 2y)$ ; ք)  $(2a + b)(2a - b)$ ;  
գ)  $(3m - n)(3m + n)$ ; ռ)  $(p - 7q)(7q + p)$ ;  
ե)  $(2a - 3b)(2a + 3b)$ ; զ)  $(5x + 4y)(4y - 5x)$ ;  
է)  $(4p - 1)(1 + 4p)$ ; ղ)  $(5m + 8n)(8n - 5m)$ ;  
թ)  $(4y - 7x)(7x + 4y)$ ; ժ)  $(11a - 13b)(11a + 13b)$ :

208. Հաշվեք՝ օգտագործելով քառակուսիների տարբերության բանաձևը.  
 ա)  $71 \cdot 69$ ;                      բ)  $82 \cdot 78$ ;                      գ)  $299 \cdot 301$ ;  
 դ)  $498 \cdot 502$ ;                      ե)  $3,01 \cdot 2,99$ ;                      զ)  $10,2 \cdot 9,8$ :

209. Արտահայտությունը ներկայացրեք քառակուսու տեսքով.  
 ա) 49;                                      բ) 121;                                      գ)  $x^4$ ;  
 դ)  $a6$ ;                                      ե)  $4x^2y^6$ ;                                      զ)  $25m^2n^6$ ;  
 է)  $\frac{1}{4}p^2$ ;                                      ը)  $0,25x^4$ ;                                      թ)  $2\frac{1}{4}x^4q^2$ :

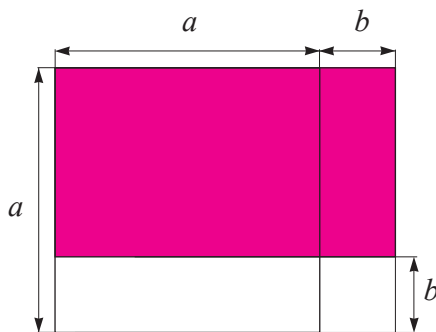
210. Արտահայտությունը ներկայացրեք քառակուսիների տարբերության տեսքով.  
 ա)  $x^4 - 1$ ;                                      բ)  $4a^2 - 4$ ;                                      գ)  $m^6 - 25$ ;  
 դ)  $16y^2 - 49x^2$ ;                                      ե)  $9p^4 - 16q^6$ ;                                      զ)  $36m^2 - 16n^2$ :

Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների (381-382).

211.    ա)  $a^2 - b^2$ ;                                      բ)  $y^2 - x^2$ ;                                      գ)  $(2x)^2 - 1$ ;  
       դ)  $9 - (3m)^2$ ;                                      ե)  $16 - p^4$ ;                                      զ)  $25 - a^6$ ;  
       է)  $m^4 - n^2$ ;                                      ը)  $p^8 - 49$ ;                                      թ)  $1 - x^4$ ;                                      ժ)  $a^4 - b^4$ :

212.    ա)  $4a^2 - 1$ ;                                      բ)  $4a^2 - 9b^2$ ;  
       գ)  $9x^4 - 4$ ;                                      դ)  $x^4 - 16$ :

213. Օգտվելով նկար 6-ից, ապացուցեք քառակուսիների տարբերության բանաձևը  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a > b$  դեպքում:



Նկ. 6



214. C և D տառերի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $(2a - C)(2a + b^2) = 4a^2 - b^4$ ;

բ)  $(C + D)(x^2 - y) = x^4 - y^2$ ;

գ)  $(3m - C)(D + 2n) = 9m^2 - 4n^2$ ;

դ)  $(C + 5q)(5q + D) = 25q^2 - 16p^4$ ;

215. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $a(a - b) + b(a + b) + (a - b)(a + b)$ ;

բ)  $(m - n)(n + m) - (m - n)^2 + 2n^2$ ;

գ)  $(c - d)^2 - (c + d)(d - c) + 2cd$ ;

դ)  $(2a + 5b)(5a - 2b) - 3(a + 2b)(a - 2b)$ ;

ե)  $(p + 6)^2 - 4(3 - p)(3 + p)$ ;

զ)  $-(2 + m)^2 + 2(1 + m)^2 - 2(1 - m)(m + 1)$ ;

է)  $(x + y)^2 - (x - y)^2$ ;

ը)  $(m - n)^2 - (m + n)^2$ ;

216. Ապացուցեք նույնությունը.

ա)  $(a - b)^2 + (a - b)(b + a) = 2a(a - b)$ ;

բ)  $2(x + 5)^2 - 2(5 - x)(5 + x) = 4x(x + 5)$ ;

գ)  $2(c - 3)^2 - 4(1 - c)(c + 1) = 6(c - 1)^2 + 8$ ;

դ)  $3(m - 4)(4 + m) - 3(2 - m)^2 = 12(m - 5)$ ;

217. **Հնագույն խնդիր:** Ես գնեցի օճառ պարունակող այնքան արկղեր, որքան օճառ կար մի արկղում: Քույրս գնեց 3 արկղ պակաս, քան ես էի գնել, բայց նրա գնած յուրաքանչյուր արկղում 3 օճառ ավելի էր, քան իմ գնած մի արկղում: Ո՞ւմ մոտ ավելի շատ օճառ կա և ինչքանն՞ով ավելի:

Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների (218-219).

218. ա)  $(3x + 2)^2 - x^2$ ;

գ)  $(4x + 3)^2 - (x + 1)^2$ ;

բ)  $(2x - 5)^2 - x^2$ ;

դ)  $(5x - 2)^2 - (x - 1)^2$ ;

219. ա)  $(3x + y)^2 - (2x - 3y)^2$ ;

գ)  $(5x - 2y)^2 - (2x - y)^2$ ;

ե)  $(2x^2 - y)^2 - x^4$ ;

է)  $(3x^2 - 2y)^2 - 4x^4$ ;

բ)  $(4x + 3y)^2 - (3x - 4y)^2$ ;

դ)  $(2x - 4y)^2 - (5x + y)^2$ ;

զ)  $(x^2 - 2y)^2 - y^4$ ;

ը)  $(4x^2 + 3y)^2 - 9y^4$ ;

### 3.5 Խորանարդների գումարը

Կիրառելով բազմանդամների բազմապատկման և նման անդամների միացման կանոնները՝ ստանում ենք՝

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3:$$

Այսպիսով, ապացուցված է

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (1)$$

հավասարությունը:

Այդ հավասարությունը անվանում են **խորանարդների գումարի բանաձև**:  $a^2 - ab + b^2$  բազմանդամն անվանում են  **$a$ -ի և  $b$ -ի տարբերության թերի քառակուսի**:

(1) բանաձևը կարդում են այսպես՝

**Երկու թվերի խորանարդների գումարը հավասար է այդ թվերի գումարի և նրանց տարբերության թերի քառակուսու արտադրյալին:**

(1) բանաձևով տրվում է  $a^3 + b^3$  բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների:

220. ա) Գրառեք  $a$  և  $b$  թվերի տարբերության թերի քառակուսին:  
բ) Գրառեք և կարդացեք խորանարդների գումարի բանաձևը:
221. Լրացրեք բացթողումները՝ կիրառելով խորանարդների գումարի բանաձևը.  
ա)  $(x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2) = \dots$ ;      բ)  $m^3 + n^3 = \dots$ :
222. Գրառեք.  
ա)  $a$ -ի խորանարդը,  
բ)  $x$ -ի և  $y$ -ի գումարը,  
գ)  $a$ -ի քառակուսու և  $a$ -ի ու  $b$ -ի արտադրյալի տարբերությունը,  
դ)  $x$ -ի և  $y$ -ի տարբերության լրիվ քառակուսին,  
ե)  $a$ -ի և  $b$ -ի տարբերության թերի քառակուսին,  
զ)  $m$ -ի և  $n$ -ի խորանարդների գումարը:
223. Նշեք տարբերության լրիվ և թերի քառակուսիները.  
ա)  $a^2 - 5a + 25$ ;      բ)  $x^2 - 2x + 1$ ;      գ)  $9 - 3m + m^2$ ;  
դ)  $49 - 14p + p^2$ ;      ե)  $4k^2 - 4k + 1$ ;      զ)  $4 - 4a + 4a^2$ ;

$$\text{է) } x^2 - 6x + 36; \quad \text{ը) } 9 - 6y + y^2; \quad \text{թ) } \frac{1}{4}n^2 - n + 1:$$

224. Արտահայտությունը գրեք բազմանդամի տեսքով.

$$\begin{array}{ll} \text{ա) } (m+n)(m^2 - mn + n^2); & \text{բ) } (q+p)(p^2 - pq + q^2); \\ \text{գ) } (a+1)(a^2 - a + 1); & \text{ը) } (2+x)(4 - 2x + x^2); \\ \text{ե) } (p^2 - 4p + 16)(p+4); & \text{զ) } (25 - 5m + m^2)(5+m): \end{array}$$

225. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

$$\begin{array}{ll} \text{ա) } (a^3 + 1)(a^6 - a^3 + 1); & \text{բ) } (2 + n^2)(n^4 - 2n^2 + 4); \\ \text{գ) } (x + y^2)(x^2 - xy^2 + y^4); & \text{ը) } (p^3 + q^2)(q^4 - p^3q^2 + p^6); \\ \text{ե) } (a^4b^2 - 2a^2b + 4)(2 - a^2b); & \text{զ) } (9n^2 - 3nm + m^2)(m + 3n); \\ \text{է) } (3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2); & \text{ը) } (a^4 + 1)(a^8 - a^4 + 1); \\ \text{թ) } (4x^4y^2 - 6x^2ya + 9a^2)(3a + 2x^2y); & \\ \text{ժ) } (5p^3 + 2q^2)(4q^4 - 10p^3q^2 + 25p^6): & \end{array}$$

226. Արտահայտությունը ներկայացրեք 3 ցուցիչով աստիճանի տեսքով.

$$\begin{array}{llll} \text{ա) } 125; & \text{բ) } 8; & \text{գ) } 27x^3; & \text{ը) } 64y^3; \\ \text{ե) } m^3y^3; & \text{զ) } a^6b^3; & \text{է) } x^3y^6; & \text{ը) } \frac{1}{8}p^3; \\ \text{թ) } 0,001c^6: & & & \end{array}$$

227. Արտահայտությունը ներկայացրեք խորանարդների գումարի տեսքով.

$$\begin{array}{llll} \text{ա) } x^3 + 8; & \text{բ) } 27 + a^3; & \text{գ) } 1 + m^6; & \text{ը) } p^9 + 64; \\ \text{ե) } x^6 + 8y^3; & \text{զ) } a^9 + 27b^3; & \text{է) } 8m^6 + n^9; & \text{ը) } 64p^9 + q^{12}; \\ \text{թ) } \frac{1}{8} + x^6y^9: & & & \end{array}$$

228. Երկանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

$$\begin{array}{llll} \text{ա) } m^3 + n^3; & \text{բ) } a^3 + 1; & \text{գ) } b^3 + 8; & \text{ը) } x^3 + y^6; \\ \text{ե) } p^6 + q^6; & \text{զ) } m^6 + n^{15}; & \text{է) } 27a^3 + b^3; & \text{ը) } x^3 + 64y^3; \\ \text{թ) } c^6 + 125d^3; & \text{ժ) } 8p^6 + q^{12}: & & \end{array}$$

229. A, B և C միանդամներն ընտրեք այնպես, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

$$\begin{array}{l} \text{ա) } m^3 + A = (m + B)(m^2 - mn + n^2); \\ \text{բ) } (x + A)(x^2 - 5x + 25) = x^3 + B; \\ \text{գ) } (2x + 3y)(A - B + C) = 8x^3 + 27y^3; \\ \text{ը) } (4a + 3b)(A - B + C) = 64a^3 + 27b^3: \end{array}$$

230. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $(x + 1)(x^2 - x + 1) - (x^2 - 1)x$ ;

բ)  $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) + (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ ;

գ)  $(3 + m)(m^2 - 3m + 9) - m(m - 2)^2$ ;

դ)  $(p^6 - q^3)(p^6 + q^3) - (p^8 - p^4q^2 + q^4)(p^4 + q^2)$ ;

231. Ապացուցեք նույնությունը.

ա)  $(a^3 + 1)(a - 1) = (a^2 - a + 1)(a^2 - 1)$ ;

բ)  $m^3 + 1 = m(m + 1) + (1 - m)(1 - m^2)$ ;

գ)  $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) - a(a - 3)(3 + a) = 9a + 8$ ;

դ)  $m(m + n)(m - n) - (n + m)(m^2 - mn + n^2) = -n^2(m + n)$ ;

### 3.6 Խորանարդների տարբերությունը

Գատաղությունները տանելով այնպես, ինչպես 3.5 կետում էր, կստանանք՝

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2): \quad (1)$$

Այս հավասարությունն անվանում են **խորանարդների տարբերության բանաձև**:

$a^2 + ab + b^2$  բազմանդամն անվանում են ***a-ի և b-ի գումարի թերի քառակուսի***:

(1) բանաձևը կարդում են այսպես՝

**Երկու թվերի խորանարդների տարբերությունը հավասար է այդ թվերի տարբերության և նրանց գումարի թերի քառակուսու արտադրյալին:**

(1) բանաձևով տրվում է  $a^3 - b^3$  բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների:

232. ա) Գրառեք  $a$  և  $b$  թվերի գումարի թերի քառակուսին:

բ) Գրառեք և կարդացեք խորանարդների տարբերության բանաձևը:

233. Կիրառելով խորանարդների տարբերության բանաձևը՝ լրացրեք բացթողումները.

ա)  $(x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2) = \dots$ ;

բ)  $m^3 - n^3 = \dots$ :



239. Երկանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

ա)  $m^3 - 1$ ;

բ)  $p^3 - 27q^3$ ;

գ)  $125x^3 - 8y^3$ ;

դ)  $64a^3 + 1000b^3$ ;

ե)  $x^6 - y^6$ ;

զ)  $m^{12} - 64$ ;

է)  $x^9 - x^6$ ;

ը)  $c^6d^3 - k^3$ ;

240. A, B և C միանդամներն ընտրեք այնպես, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $x^3 + A = (x + B)(x^2 - 4x + 16)$ ;

բ)  $A - 8c^6 = (3a - B)(C + 6ac^2 + 4c^4)$ ;

գ)  $B - 125m^9 = (A - 5m^3)(a^2 + 5am^3 + 25m^6)$ ;

դ)  $64m^9 + A = (4m^3 + C)(16m^6 - B + 4a^8)$ ;

241. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $(x - 1)(x^2 + x + 1) - (1 + x)(1 - x + x^2)$ ;

բ)  $(a^2 - 3)(a^4 + 3a^2 + 9) + a^4(1 - a)(1 + a)$ ;

գ)  $2p^2(2 - p)(p^2 + 2p + 4) - 4(p - 5)(5 + p)$ ;

դ)  $n^5(2 + n^2)(n^2 - 2) - (m - n^3)(m^2 + mn^3 + n^6)$ ;

242. Ապացուցեք նույնությունը.

ա)  $(a + b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2) = a^6 - b^6$ ;

բ)  $(a - 1)(a - 2)(a^2 + a + 1)(a^2 + 2a + 4) = a^6 - 9a^3 + 8$ ;

### 3.7\* Գումարի խորանարդը

Բնական ցուցիչով աստիճանի հատկության համաձայն՝

$$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b):$$

Կիրառելով այժմ գումարի քառակուսու բանաձևը, բազմանդամների բազմապատկման և նման անդամների միացման կանոնները՝ ստանում ենք՝

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = \\ &= a^3 + 2a^2b + b^2a + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3:\end{aligned}$$

Այսպիսով, ապացուցված է

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad (1)$$

հավասարությունը, որը անվանում են **գումարի խորանարդի բանաձև** և կարողում այսպես՝

**Երկու քվերի գումարի խորանարդը հավասար է առաջին քվի խորանարդին գումարած առաջին քվի քառակուսու և երկրորդի եռապատիկ արտադրյալը, գումարած առաջին քվի և երկրորդի քառակուսու եռապատիկ արտադրյալը, գումարած երկրորդ քվի խորանարդը:**

(1) բանաձևը, եթե այն կարդանք աջից ձախ, ցույց է տալիս, որ

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

բազմանդամը կարելի է վերլուծել արտադրիչների, այն է՝ երեք միատեսակ  $(a + b)$  արտադրիչների արտադրյալի:

243. Գրառեք և կարդացեք գումարի խորանարդի բանաձևը:

244. Լրացրեք բացթողումները՝ կիրառելով գումարի խորանարդի բանաձևը.

ա)  $(x + y)^3 = \dots;$

բ)  $m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3 = \dots:$

245. Գրեք.

ա)  $a$  և  $b$ -ի գումարը,

բ)  $a$  և  $b$ -ի գումարի քառակուսին,

գ)  $a$  և  $b$ -ի գումարի խորանարդը,

դ)  $a$ -ի և  $b$ -ի քառակուսիների գումարը,

ե)  $a$ -ի և  $b$ -ի խորանարդների գումարը,

զ)  $a$ -ի և  $b$ -ի կրկնապատիկ արտադրյալը,

է)  $a$ -ի և  $b$ -ի եռապատիկ արտադրյալը,

ը)  $a$ -ի քառակուսու և  $b$ -ի եռապատիկ արտադրյալը,

թ)  $a$ -ի և  $b$ -ի քառակուսու եռապատիկ արտադրյալը:

Արտահայտությունը գրեք բազմանդամի տեսքով (246-247).

246. ա)  $(x + y)^3;$

գ)  $(x + 2)^3;$

բ)  $(x + 1)^3;$

դ)  $(3 + y)^3:$

247. ա)  $(a + b)^3;$

դ)  $(2a + 3b)^3;$

բ)  $(a + 4)^3;$

ե)  $(x + 3z)^3;$

գ)  $(2a + 1)^3;$

զ)  $(2b + 3)^3:$







### 3.9 Կրճատ բազմապատկման բանաձևերի կիրառությունը

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2, \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2, \\a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b), \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2), \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2), \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

բանաձևերն անվանում են **կրճատ բազմապատկման բանաձևեր**:

Նշենք, որ բոլոր այդ հավասարությունները նույնություններ են: Նրանք մնում են ճիշտ, եթե նրանցում  $a$ -ի և  $b$ -ի փոխարեն տեղադրենք ցանկացած ամբողջ արտահայտություններ:

Օրինակ՝

$$(a + b + c + d)^2$$

արտահայտությունը կարելի է դիտարկել որպես  $(a + b)$  և  $(c + d)$  երկու ամբողջ արտահայտությունների գումարի քառակուսի և ստանալ հետևյալ հավասարությունները՝

$$\begin{aligned}(a + b + c + d)^2 &= ((a + b) + (c + d))^2 = \\&= (a + b)^2 + 2(a + b)(c + d) + (c + d)^2 = \\&= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + c^2 + 2cd + d^2 = \\&= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd:\end{aligned}$$

Այսպիսով՝ ստացվում է

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

բանաձևը:

Կրճատ բազմապատկման բանաձևերը հաճախ կիրառում են արտահայտությունների պարզեցման համար, օրինակ՝

$$\begin{aligned}(a + 1)(a - 1)(a^4 + a^2 + 1) + (a^2 - a + 1)(a + 1) &= \\&= (a^2 - 1)(a^4 + a^2 + 1) + (a + 1)(a^2 - a + 1) = \\&= (a^6 - 1) + (a^3 + 1) = a^6 + a^3:\end{aligned}$$

Այստեղ մենք հաջորդաբար կիրառեցինք քառակուսիների տարբերության և խորանարդների տարբերության բանաձևերը: Նշենք, որ կրճատ բազմապատկման բանաձևերը կիրառվում են բազմանդամը արտադրիչների վերլուծելու համար: Այդ մասին կխոսենք հաջորդ կետում:

260. Գրեք ձեզ հայտնի կրճատ բազմապատկման բանաձևերը:
261. Գրեք կրճատ բազմապատկման բանաձևերը՝ օգտագործելով.  
 ա)  $x$  և  $y$  տառերը,  
 բ)  $m$  և  $n$  տառերը:
262. Որտե՞ղ են գործածվում կրճատ բազմապատկման բանաձևերը:
263. Պարզեցրեք արտահայտությունը.  
 ա)  $(a + 1)^2 - 2(a + 1) + 1$ ;  
 բ)  $(m - n)^2 + 2n(m - n) + n^2$ ;  
 գ)  $(p - q)^2 - 2(p^2 - q^2) + (p + q)^2$ ;  
 դ)  $(x + 2y)^2 + 2(x^2 - 4y^2) + (2y - x)^2$ :

Արտահայտությունը ձևափոխեք բազմանդամի (264-269).

264. ա)  $(x + y + z)(x + y - z)$ ;                      բ)  $(x - y + z)(x - y - z)$ ;  
 գ)  $(x - y + z)(x + y + z)$ ;                      դ)  $(x - y - z)(x + y - z)$ ;  
 ե)  $(x - y - z)(x + y + z)$ ;                      զ)  $(-x - y - z)(x - y - z)$ :
265. ա)  $(a + b + c + d)(a + b - c - d)$ ;  
 բ)  $(a - b + c + d)(a - b - c - d)$ ;  
 գ)  $(a + b - c + d)(a + b + c - d)$ ;  
 դ)  $(a - b - c + d)(a - b + c - d)$ :
266. ա)  $(1 + x)(1 - x)(1 + x^2)$ ;                      բ)  $(a - 1)(1 + a)(a^2 + 1)$ ;  
 գ)  $(m + n)(n - m)(m^2 + n^2)$ ;                      դ)  $(3 - p)(p^2 + 9)(p + 3)$ ;  
 ե)  $(x + 2)(4 - x^2)(x - 2)$ ;                      զ)  $(p + q)^2(p - q)^2$ ;  
 է)  $(a - b)(a - b)(a + b)(a + b)$ ;                      ը)  $(5 + m)(m - 5)(m - 5)(m + 5)$ :
267. ա)  $(a + 1)(a + 2)(a^2 + 4)(a^2 + 1)(a - 2)(a - 1)$ ;  
 բ)  $(a + b + c)(a + b - c) - 2ab$ ;  
 գ)  $(a - b)(a + b)(b^2 + a^2)(a^4 + b^4)$ ;  
 դ)  $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ ;  
 ե)  $3ab(a - b) + (a - b)^3$ ;  
 զ)  $(a^2 - 2)(a^2 + 2) - (2 - a^2)^2$ :

268. ա)  $(5 - a)(3 - a) - (a - 4)^2$ ;  
 բ)  $(x + 3)^2 + 3(x - 2)^2$ ;  
 գ)  $3(2 - m)^2 + 2(2 - m)^2$ ;  
 դ)  $5(2p - 3)^2 + 2(5 - 2p)^2$ ;  
 ե)  $4(3 - 5a)^2 - 5(a - 3)(2a - 3)$ ;  
 զ)  $(a + 1)^2 + 2(a + 1) - 3(a - 1)(a + 1)$ ;  
 է)  $3 - 2(5 - x)(x - 5) - 2(5 + x)^2$ ;  
 լ)  $(x - y - z)(x - y - z) - (x - y)^2$ ;  
 Ս)  $(x + y + z)(x - y - z) - (x + y - z)(x - y + z)$ ;  
 ը)  $(x + y - z)(x - y + z) - (x + y + z)(x - y - z)$ ;
269. ա)  $4(1 - a)^2 + 3(a + 1)^2$ ;  
 բ)  $3(m - 2)^2 + 5(m + 1)$ ;  
 գ)  $(a - b)^2 - (a + b)^2$ ;  
 դ)  $(a + b)^2 - (a - b)^2$ ;  
 ե)  $2(x - 1)^2 - 3(x + 1)^2$ ;  
 զ)  $4(a - 2b)^2 - 9(2a - b)^2$ ;  
 է)  $3(2 - 3m)^2 - 3(2 - 3m)(3m + 2)$ ;  
 լ)  $2(1 - 5x)^2 - 2(5x + 1)(1 - 5x)$ ;

Ապացուցեք նույնությունը (270-272).

270. ա)  $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$ ;  
 բ)  $a^3 - 3ab(a - b) - b^3 = (a - b)^3$ ;
271. ա)  $(1 + x^6)(1 - x^3)(x^3 + 1) = 1 - x^{12}$ ;  
 բ)  $(m - n)(m^2 + n^2)(n + m) = m^4 - n^4$ ;
272. ա)  $(m^2 + 1)(n^2 + 1) = (mn - 1)^2 + (n + m)^2$ ;  
 բ)  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$ ;
273. Արտահայտությունը գրեք երկանդամի աստիճանի տեսքով.  
 ա)  $(a + b)^2 - 4ab$ ;  
 բ)  $(a - b)^2 + 4ab$ ;  
 գ)  $(x + 2y)^2 - 8xy$ ;  
 դ)  $(x - 3y)^2 + 12xy$ ;

274. Ապացուցեք, որ

- ա) երկու իրար հաջորդող բնական թվերի քառակուսիների տարբերությունը կենտ թիվ է,  
 բ) երկու իրար հաջորդող գույգ թվերի քառակուսիների տարբերությունը բաժանվում է 4-ի,  
 գ) երկու իրար հաջորդող կենտ թվերի քառակուսիների տարբերությունը բաժանվում է 8-ի:

275. Ապացուցեք, որ.

ա) եթե երկու իրար հաջորդող ամբողջ թվերի արտադրյալին ավելացնենք նրանցից մեծը, ապա կստանանք մեծ թվի քառակուսին,  
բ) երկու թվերի տարբերության քառակուսու և նրանց քառապատիկ արտադրյալի գումարը հավասար է այդ թվերի գումարի քառակուսուն,  
գ) երկու թվերի գումարի քառակուսու և նրանց քառապատիկ արտադրյալի տարբերությունը հավասար է այդ թվերի տարբերության քառակուսուն:

276. Հաշվեք.

ա)  $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)$ ;

բ)  $\frac{(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) + 1}{2^{64}}$ ;

գ)  $\frac{(3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16})(3^{32} + 2^{32}) + 2^{64}}{3^{64}}$ ;

277. **Իբն Սիննայի խնդիրը:** Եթե բնական թիվը 9-ի վրա բաժանելիս մնացորդում ստացվում է 1 կամ 8, ապա այդ թվի քառակուսին 9-ի վրա բաժանելիս մնացորդում կստացվի 1:

Ապացուցեք:

278. **Պյութագորասի խնդիրը:** Ապացուցեք, որ 1-ից տարբեր ցանկացած բնական կենտ թիվ կարելի է ներկայացնել երկու իրար հաջորդող բնական թվերի քառակուսիների տարբերությամբ:

279. **Գիոֆանդի խնդիրը:** Ապացուցեք, որ երկու թվերի քառակուսիների գումար հանդիսացող երկու թվերի արտադրյալը երկու եղանակով ներկայացվում է երկու քառակուսիների գումարի տեսքով.

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2,$$

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2:$$

### 3.10 Բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների

Հիշեցնենք, որ բազմանդամը վերլուծել արտադրիչների, նշանակում է՝ այն ներկայացնել երկու կամ մի քանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով: Բերենք բազմանդամի՝ արտադրիչների վերլուծման մի քանի եղանակներ.

#### 1. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերման եղանակը: ՕՐԻՆԱԿ 1.

Վերլուծենք արտադրիչների

$$2ab - 3ac + a^2 \quad (1)$$

բազմանդամը:

(1) բազմանդամի բոլոր անդամներն ունեն  $a$  ընդհանուր արտադրիչը: Այն փակագծերից դուրս բերելով՝ կստանանք (1) բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների՝

$$2ab - 3ac + a^2 = a(2b - 3c + a):$$

#### 2. Կրճատ բազմապատկման բանաձևերի կիրառումը:

Ինչպես արդեն նշվել է, հենց կրճատ բազմապատկման բանաձևերը տալիս են մաթեմատիկայում կարևոր բազմանդամների վերլուծում արտադրիչների:

Հաճախ, մինչ որևէ կրճատ բազմապատկման բանաձևի կիրառելը, բազմանդամը պետք է ձևափոխել:

#### ՕՐԻՆԱԿ 2.

$$49x^4 - 16y^6 \quad (2)$$

բազմանդամը վերլուծենք արտադրիչների:

Քանի որ  $49x^4 = (7x^2)^2$ , իսկ  $16y^6 = (4y^3)^2$ , ապա (2) բազմանդամը կարելի է գրել  $7x^2$  և  $4y^3$  արտահայտությունների քառակուսիների տարբերության տեսքով: Այնուհետև, կիրառելով քառակուսիների տարբերության բանաձևը, կստանանք (2) բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների՝

$$49x^4 - 16y^6 = (7x^2)^2 - (4y^3)^2 = (7x^2 + 4y^3)(7x^2 - 4y^3):$$

#### 3.\* Լրիվ քառակուսու առանձնացումը:

Երբեմն բազմանդամը կարելի է վերլուծել արտադրիչների՝ նախ առանձնացնելով լրիվ քառակուսի (տե՛ս կետ 3.3\*), այնուհետև օգտվելով քառակուսիների տարբերության բանաձևից:

#### ՕՐԻՆԱԿ 3.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 - 1^2 - 8 = (x + 1)^2 - 9 = (x + 1)^2 - 3^2 = \\ &= ((x + 1) + 3)((x + 1) - 3) = (x + 4)(x - 2): \end{aligned}$$

#### ՕՐԻՆԱԿ 4.

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2 + 9 &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 5 + 5^2 - 5^2 + 9 = (x^2 - 5)^2 - 16 = \\&= (x^2 - 5)^2 - 4^2 = ((x^2 - 5) + 4)((x^2 - 5) - 4) = (x^2 - 1)(x^2 - 9) = \\&= (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3): \end{aligned}$$

#### ՕՐԻՆԱԿ 5.

$$\begin{aligned}9x^2 - 9x - 4 &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 = \left(3x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \\&= \left(3x - \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right)\left(3x - \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) = (3x - 5)(3x + 1): \end{aligned}$$

#### ՕՐԻՆԱԿ 6.

$$\begin{aligned}x^4 + 64 &= x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2 = (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 = \\&= (x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x) = (x^2 - 4x + 8)(x^2 + 4x + 8): \end{aligned}$$

#### 4. Բազմանդամի անդամների խմբավորումը (խմբավորման եղանակը):

Այս եղանակը ավելի հաճախ կիրառվում է ընդհանուր արտադրիչի փակագծերից դուրս բերելու եղանակի հետ զուգընթաց:

#### ՕՐԻՆԱԿ 7.

Վերլուծենք արտադրիչների

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by \quad (3)$$

բազմանդամը:

Խմբավորելով առաջին և երկրորդ անդամները, ինչպես նաև երրորդը և չորրորդը, արտագրենք (3) բազմանդամը

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by = (2ax + 2ay) + (3bx + 3by)$$

տեսքով:

Փակագծերում գրված են բազմանդամներ, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի իր ընդհանուր արտադրիչը: Դրանցից յուրաքանչյուրը փակագծերից դուրս բերելով՝ կստանանք՝

$$(2ax + 2ay) + (3bx + 3by) = 2a(x + y) + 3b(x + y):$$

Այժմ փակագծերից դուրս բերելով  $(x + y)$  արտադրիչը՝ ստանում ենք

$$2a(x + y) + 3b(x + y) = (x + y)(2a + 3b):$$

Այսպիսով, (3) բազմանդամը վերլուծված է արտադրիչների՝

$$2ax + 2ay + 3bx + 3by = (x + y)(2a + 3b):$$

Խմբավորման եղանակը հաճախ կիրառվում է նաև կրճատ բազմապատկման բանաձևերի հետ համակցված:

**ՕՐԻՆԱԿ 8.** Վերլուծենք արտադրիչների

$$a^3 + a^2 - b^3 - b^2 \tag{4}$$

բազմանդամը:

Խմբավորելով առաջին և երրորդ, ինչպես նաև երկրորդ և չորրորդ անդամները և այնուհետև կիրառելով խորանարդների տարբերության և քառակուսիների տարբերության բանաձևերը՝ կստանանք՝

$$\begin{aligned} a^3 + a^2 - b^3 - b^2 &= (a^3 - b^3) + (a^2 - b^2) = \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a + b): \end{aligned}$$

Այժմ փակագծերից դուրս բերելով  $(a - b)$  ընդհանուր արտադրիչը, կստանանք (4) բազմանդամի վերլուծությունը արտադրիչների՝

$$a^3 + a^2 - b^3 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a + b):$$

Նշենք, որ եթե մենք (4) բազմանդամի անդամները խմբավորեինք այլ կերպ, ապա մեզ չէր հաջողվի այն վերլուծել արտադրիչների: Սա խոսում է այն մասին, որ խմբավորման եղանակը դժվար եղանակ է, այն պահանջում է որոշակի վարժվածություն և հնարամտություն:

**5.\* Արտադրիչների վերլուծման կոմբինացված եղանակներ:**

Արտադրիչների վերլուծման համար հաճախ անհրաժեշտ է լինում կիրառել դիտարկված եղանակներից մի քանիսը (և, հնարավոր է, մի քանի անգամ):

**ՕՐԻՆԱԿ 9.**

Վերլուծենք արտադրիչների

$$a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3 \tag{5}$$

բազմանդամը:

Խմբավորելով առաջին և երրորդ, ինչպես նաև երկրորդ, չորրորդ և հինգերորդ անդամները՝ փակագծերից դուրս բերենք նրանց ընդհանուր արտադրիչները՝

$$\begin{aligned} a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3 &= (a^4 + ab^3) + (a^2b + 2ab^2 + b^3) = \\ &= a(a^3 + b^3) + b(b^2 + 2ab + a^2): \end{aligned}$$

Կիրառելով խորանարդների գումարի և գումարի քառակուսու բանաձևերը՝ կստանանք՝

$$a(a^3 + b^3) + b(a^2 + 2ab + b^2) = a(a + b)(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)^2:$$

Փակագծերից դուրս բերելով  $(a + b)$  ընդհանուր արտադրիչը՝ ստանում ենք՝

$$\begin{aligned} a(a + b)(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)^2 &= \\ &= (a + b)(a(a^2 - ab + b^2) + b(a + b)) = \\ &= (a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 + ab + b^2): \end{aligned}$$

Այսպիսով, (5) բազմանդամը վերլուծված է արտադրիչների՝

$$a^4 + a^2b + ab^3 + 2ab^2 + b^3 = (a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 + ab + b^2):$$



**ՕՐԻՆԱԿ 10.**

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - y^2 + 6y - 5 &= (x^2 + 4x + 4) - (y^2 - 6y + 9) = \\ &= (x + 2)^2 - (y - 3)^2 = (x + 2 + y - 3)(x + 2 - y + 3) = \\ &= (x + y - 1)(x - y + 5): \end{aligned}$$

Վերջում նշենք, որ բազմանդամը արտադրիչների վերլուծելը (նկատի ունենք արտադրիչներ, որոնց աստիճանը մեծ է գրոյից) դժվարին և ոչ միշտ իրագործելի խնդիր է: Գոյություն ունեն բազմանդամներ, որոնք ընդհանրապես չեն վերլուծվում գրոյից մեծ աստիճան ունեցող արտադրիչների: Այդպիսին է, օրինակ,  $a^2 + b^2$  բազմանդամը:

280. Ինչպիսի՞ տեղանակներ կարելի է կիրառել բազմանդամը արտադրիչների վերլուծելիս:

281. Երկանդամը վերլուծել արտադրիչների.

ա) $x^2 + 2x$ ;	բ) $4x^2 + 2$ ;	գ) $4 - 8x^2$ ;
դ) $4 + 6x^2$ ;	ե) $15 + 3x$ ;	զ) $14x^2 + 7x^4$ ;
է) $-3 + 12x$ ;	ը) $8x^2 + 4x^3$ ;	

282. Արդյոք ճիշտ է կատարված բազմանդամի արտադրիչների վերլուծումը.

ա) $3x - 12x^2 = 3x(1 - 4x)$ ;
բ) $8ab + 6a^2b^3 = 2ab(4 + 3ab^2)$ ;
գ) $5m^3n^2 - 20mn^3 = 5mn^2(m^2 - 4n)$ ;

Ընդհանուր արտադրիչը դուրս բերեք փակագծերից (283-284).

283. ա) $ax + bx$ ;	բ) $am - ank$ ;
գ) $x^2y + xy^2$ ;	դ) $p^2q^3 - p^3q$ ;
ե) $a^2bc + ab^2c + abc^2$ ;	զ) $x^2y^2z^3 - xy^3z^2 + x^4y^3z^5$ ;
է) $2mn^3 - 4m^2n - 6m^2n^3$ ;	ը) $6p^4q^3 + 8p^2q^3 - 10p^3q^2$ ;
թ) $a^2 - 4a^4 + 5a^5$ ;	ժ) $3x^2 - x^6 + 2x^8$ ;

284. ա) $-\frac{1}{2}m^3 + 2m^2 - m$ ;	բ) $\frac{1}{3}pq^2 + \frac{1}{6}pq - p^2q$ ;
գ) $\frac{1}{3}x^2y^3 + \frac{1}{4}x^3y^2 + \frac{1}{12}x^3y^3$ ;	դ) $0,2a^5b^3 - 1,2a^3b^4 + 0,7ab^3$ ;
ե) $-0,12mn - 1,02m^2 - 0,04m^2n$ ;	զ) $\frac{1}{3}p^6q^7 + 0,5p^5q^8 + 1,1p^4q^9$ ;

285. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

ա)  $16a^2bc^3 - 12ac^3 + 28b^2c^2 - 8abc^5$ ;

բ)  $12x^2yz + 18xy^3z^2 - 27x^5z^6 - 24xy^4z^4$ ;

գ)  $0,25m^2n^2k - 0,45m^3nk^2 - 1,5mn^3k^2 - 0,05m^5n^3k$ ;

դ)  $1,42x^2y^4z^3 - 2\frac{1}{2}xy^3z^2 - 0,2x^3y^2z + 3\frac{1}{3}xy^3z^2$ ;

ե)  $\frac{1}{3}a^2bx^3 - 1\frac{1}{2}ab^2x^2 + 0,3a^2x^3 - 1,1a^5b^3x^4$ ;

286.  $3a^3 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$  բազմանդամում փակագծերից դուրս բերեք նշված արտադրիչը.

ա)  $\frac{1}{6}$ ,

բ)  $\frac{1}{3}$ ,

գ)  $-\frac{1}{2}$ ,

դ)  $-2$ :

287. C և D տառերի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $3a^2b - 9a^3b^5 = C(1 - 3ab^4)$ ;

բ)  $14m^3x^2 - 21m^5x^4 = C(2 + 3m^2x^2)$ ;

գ)  $6x^2y^3 - D = 3x^2y(C - 5x^4y^3)$ ;

դ)  $4m^3n^2 + C = D(2m^2 + 3n^4)$ :

Արտահայտությունը ներկայացրեք արտադրյալի տեսքով (288-290).

288. ա)  $(a + b)a + (a + b)c = (a + b)(...)$ ;

բ)  $(a + b)x - (a + b)y = (a + b)(...)$ ;

գ)  $2(a + b) + (a + b)x = (a + b)(...)$ ;

դ)  $x(a + b) - 2(a + b) = (a + b)(...)$ ;

ե)  $2x(a + b) + (a + b) = (a + b)(...)$ ;

զ)  $(a + b)3x - 2y(a + b) = (a + b)(...)$ :

289. ա)  $a(m + n) + (2m + 2n)$ ;

բ)  $(3x + 3y) - (ax + ay)$ ;

գ)  $(ma - mb) + (a - b)$ ;

դ)  $(ap - aq) - (bp - bq)$ ;

ե)  $(3x - 6y) - (2y - x)$ ;

զ)  $(ax - bx) + (3b - 3a)$ ;

290. ա)  $a(x + y) + x + y$ ;

բ)  $3(m - n) + bm - bn$ ;

գ)  $2ax - bx + 2(b - 2a)$ ;

դ)  $(mx - 2m) - 2a + ax$ ;

ե)  $14x - 6y - (7ax - 3ay)$ ;

զ)  $(10ak - 18ab) - 27cb + 15ck$ ;

291. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերեք.

ա)  $(x + y) + a(x + y) - 2(x + y) = (x + y)(...)$ ;

- բ)  $m(a - b) - n(b - a) + (3a - 3b) = (a - b)(...)$ ;  
 գ)  $(2m - 6n) + (xm - 3xn) - y(3n - m) = (m - 3n)(...)$ ;  
 դ)  $(6x - 15y) - (5y - 2x) + (2ax - 5ay) = (2x - 5y)(...)$ ;  
 է)  $(-am - bm) + (3a + 3b) - (x^2a + x^2b) = (a + b)(...)$ ;

Վերլուծեք արտադրիչների (292-295).

292. ա)  $(x + y) + (x + y)^2 + (x + y)^3$ ;  
 բ)  $(3a - 9b) - (a - 3b)^2 + (12b - 4a)$ ;  
 գ)  $(-2m - 8n) - (am + 4an) + (5bm + 20bn)$ ;  
 դ)  $(4x - y)^2 - (y - 4x) - (20x - 5y)$ ;
293. ա)  $9a^2 - 4$ ;                      բ)  $25x^2 - 1$ ;                      գ)  $\frac{1}{4}m^2 - 16n^2$ ;  
 դ)  $100a^2 - 0,25b^2$ ;                      է)  $x^{12} - y^2$ ;                      զ)  $m^6 - n^6$ ;  
 է)  $2\frac{1}{4} - c^4$ ;                      ը)  $1\frac{9}{16}a^{10} - 0,01b^2$ ;                      թ)  $x^4 - y^4$ ;
294. ա)  $4x^2 - 4x + 1$ ;                      բ)  $9a^2 + 6a + 1$ ;                      գ)  $-m^2 - 2m - 1$ ;  
 դ)  $6n - n^2 - 9$ ;                      է)  $x^4 - 2x^2y + y^2$ ;                      զ)  $36a^4 - 12a^2b^2 + b^4$ ;  
 է)  $\frac{1}{4}m^4 - m^2n^3 + n^6$ ;                      ը)  $0,01a^6 + 25b^4 - a^3b^2$ ;
295. ա)  $a^3 - 27$ ;                      բ)  $27 + 8x^3$ ;                      գ)  $8m^3 - n^3$ ;  
 դ)  $1 + y^6$ ;                      է)  $x^9 - 125$ ;                      զ)  $64a^3 + b^6$ ;  
 է)  $\frac{1}{8} - m^{12}$ ;                      ը)  $\frac{8}{27} + n^3$ ;                      թ)  $0,125 - 27x^3$ ;
296. Արտահայտությունը նախապես վերլուծելով արտադրիչների՝ հաշվեք նրա արժեքը.  
 ա)  $4^2 - 3^2$ ;                      բ)  $24^2 - 23^2$ ;  
 գ)  $17^2 - 3^2$ ;                      դ)  $87^2 - 13^2$ ;  
 է)  $19^2 + 2 \cdot 19 + 1$ ;                      զ)  $37^2 - 2 \cdot 37 \cdot 7 + 49$ ;  
 է)  $46^2 + 16^2 - 46 \cdot 32$ ;                      ը)  $53^2 + 53 \cdot 34 + 17^2$ ;
297. Առաջարկեք հաշվարկների ժամանակ կրճատ բազմապատկման բանաձևերի կիրառման օրինակներ:
298. Տրված ամբողջ արտահայտությունը ձևափոխեք բազմանդամների արտադրյալի.  
 ա)  $(2m + n)(6m + 2n) - (m - 3n)(8n + 16m)$ ;

- ք)  $(x - 1)(4x - 6y) + (x + 1)(18y - 12x)$ ;  
 զ)  $(2a + 1)(5a - 15) + (30 - 10a)(a - 2)$ ;  
 դ)  $2a(a + 2)^2 - 3b(a + 2)$ ;  
 ե)  $(x - 2)^2(x - 3) + (x - 2)(x - 3)^2$ ;  
 զ)  $3m(m + 2n) - 2n(m + 2n)^2$ ;  
 է)  $(p + 3q)^2(p - q) - (p + 3q)(p - q)^2$ :

299. Արտահայտությունը վերլուծեք արտադրիչների՝ կիրառելով կրճատ բազմապատկման բանաձևերը.

- |                                     |                                      |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| ա) $(a + b)^2 - c^2$ ;              | բ) $(a - b)^2 - c^2$ ;               |
| զ) $(x - y)^2 - (x + y)^2$ ;        | դ) $(a + b)^2 - (x + y)^2$ ;         |
| ե) $(2x - y)^2 - (3x - 2y)^2$ ;     | զ) $(m^2 - 4n)^2 - (m^2 - 2n)^2$ ;   |
| է) $(a + b)^2 + 2(a + b) + 1$ ;     | ը) $(x - 2y)^2 + 4(x - 2y) + 4$ ;    |
| թ) $9a^2 - 6a(a + 1) + (a + 1)^2$ ; | ժ) $16m^2 - 8m(3 - m) + (3 - m)^2$ : |

Ամբողջ արտահայտությունը ներկայացրեք բազմանդամների արտադրյալի տեսքով (300-301).

- |      |                                |                                  |
|------|--------------------------------|----------------------------------|
| 300. | ա) $2a + 2b + ax + bx$ ;       | բ) $ax - ay + 3x - 3y$ ;         |
|      | զ) $m^2 - mn + am - an$ ;      | դ) $5a + 5b - ax - bx$ ;         |
|      | ե) $ax - ya + x - y$ ;         | զ) $m^2 - mn - 2n + 2m$ ;        |
|      | է) $a^3 + 5a^2 + 5a + 25$ ;    | ը) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 9x$ ;    |
| 301. | ա) $86x - 43y + 2ax - ay$ ;    | բ) $10by - 25bx - 6ay + 15ax$ ;  |
|      | զ) $x^2 + xy - xz - yz$ ;      | դ) $m^4 + 2 - m - 2m^3$ ;        |
|      | ե) $5a^2 - 5ab + 5b^2 - 5ab$ ; | զ) $y - y^2 - y^3 + y^4$ ;       |
|      | է) $b^3 + b^2c - b^2d - bcd$ ; | ը) $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$ ; |

302. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների՝ նախապես նրա անդամներից մեկը ներկայացնելով գումարի տեսքով.

- |                     |                         |                         |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|
| ա) $x^2 - 3x + 2$ ; | բ) $a^2 - 5a + 4$ ;     | զ) $a^2 - 6a + 5$ ;     |
| դ) $x^2 - 3x - 4$ ; | է) $m^2 - 3mn + 2n^2$ ; | զ) $m^2 - 7mn + 6n^2$ ; |

303. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների՝ նախապես առանձնացնելով լրիվ քառակուսի.

- |                      |                     |                         |
|----------------------|---------------------|-------------------------|
| ա) $a^2 - 8a + 15$ ; | բ) $x^4 - 4b$ ;     | զ) $x^2 - 2xy - 3y^2$ ; |
| դ) $m^2 + 7m + 10$ ; | է) $p^2 - 5p + 6$ ; | զ) $3m^2 + 27m + 54$ ;  |
| է) $x^2 + x - 12$ ;  | ը) $a^2 + 6a + 8$ ; | թ) $x^2 - x - 12$ ;     |

304. Գիշտ է, արդյոք, կատարված բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների.

ա)  $a^3 - 8 + 6a^2 - 12a = (a^2 + 8a + 4)(a - 2)$ ;

բ)  $x^2 + 2xy + y^2 - xc - yc = (x + y - c)(x + y)$ :

305. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

ա)  $ab + cb + ad + cd$ ;

բ)  $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ ;

գ)  $a^4 - 16b^4$ ;

դ)  $a^2 + 2ab + ac + b^2 + bc$ ;

ե)  $9y^2 - 6y + 1 - x^2$ ;

զ)  $x^4 + 4x^2 - y^2 + 6y - 5$ :

306. **Սոֆի ժերմենի խնդիրը:** Ապացուցեք, որ ցանկացած  $a \neq 1$  բնական թվի համար  $a^4 + 4$  թիվը բաղադրյալ է:

Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների (307-309).

307. ա)  $x^4 - 3x^2 + 2$ ;

բ)  $b^2c^2 - 4bc - b^2 - c^2 + 1$ ;

գ)  $y^2 - 10y + 25 - 4x^2$ ;

դ)  $(a + b)^3 - a^3 - b^3$ ;

ե)  $x^{16} - y^{16}$ ;

զ)  $x^4 - 3x^2 + 1$ ;

է)  $x^4 - 8x^2 + 4$ ;

ը)  $x^4 - 7x^2 + 1$ ;

թ)  $x^4 + 12x^2 + 64$ ;

ժ)  $x^4 + x^2 - 2$ :

308. ա)  $x^2 - y^2 - 10x - 12y - 11$ ;

բ)  $x^2 - y^2 + 8x + 10y - 9$ ;

գ)  $4x^2 - y^2 - 4x - 6y - 8$ ;

դ)  $x^2 - 4y^2 + 10x + 4y + 24$ :

309. ա)  $9x - 6x^2 + x^3$ ;

բ)  $36x + 12x^2 + x^3$ ;

գ)  $25x - 10x^2 + x^3$ ;

դ)  $x^2 - 12x + 35$ ;

ե)  $x^2 - 6x + 8$ ;

զ)  $x^2 - 11x + 10$ ;

է)  $x^8 + 3x^4 + 4$ ;

ը)  $x^8 - 5x^4 + 4$ ;

թ)  $x^8 + x^4 + 1$ ;

ժ)  $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ ;

ի)  $x^3 + 3x^2 + 3x - 26$ ;

լ)  $x^3 + 3x^2 + 3x - 7$ :

## ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

	$v$	$t$	$S$
I	$x$	4	$4x$
II	$x + 1$	3	$3(x + 1)$

$$4x - 3(x + 1) = 2$$

### § 4. Մեկ անհայտով գծային հավասարումներ

#### 4.1 Առաջին աստիճանի մեկ անհայտով հավասարումներ

Հավասարման գաղափարին ծանոթանալու համար նախ քննարկենք մի խնդիր.

5 տարի հետո տղան կդառնա 21 տարեկան: Քանի՞ տարեկան է նա այժմ:

Չնայած այս խնդրի լուծումը պարզ է նույնիսկ 1-ին դասարանցի աշակերտին, մենք այն մեկնաբանենք հանրահաշվորեն:

Դիցուք, տղան այժմ  $x$  տարեկան է, 5 տարի հետո նա կդառնա  $x + 5$  տարեկան: Ըստ խնդրի պայմանի՝

$$x + 5 = 21 \tag{1}$$

Այսպիսով, ստացվեց մի առնչություն (բանաձև), որում երկու հանրահաշվական արտահայտություններ կապված են հավասարության նշանով: Սակայն այս առնչությունը չենք կարող անվանել նույնություն (հավասարություն), որովհետև այն չի դառնում ճշմարիտ թվային հավասարություն նրա մեջ պարունակվող տառերի (տվյալ դեպքում մեկ  $x$  տառի) բոլոր թվային արժեքների դեպքում:

Օրինակ՝  $x = 10$  դեպքում (1) բանաձևը ճիշտ չէ: Միայն  $x = 16$  դեպքում կստացվի ճշմարիտ հավասարություն: ]

Դիցուք,  $k$ -ն և  $b$ -ն տրված թվեր են, ընդ որում՝  $k \neq 0$ :

**Եթե պահանջվում է գտնել  $x$ -ի այն արժեքը, որի դեպքում  $kx + b$  արտահայտության արժեքը հավասար է զրոյի, ապա ասում են, որ պեղք է լուծել  $kx + b = 0$  հավասարումը:**

Ընդունված է հավասարման մեջ մասնակցող տառը (տվյալ դեպքում  $x$ -ը) անվանել **անհայտ կամ փոփոխական**:

Հավասարման ձախ մասում գրված արտահայտությունը կոչվում է **հավասարման չափ մաս**, իսկ աջ մասում գրված արտահայտությունը՝ **հավասարման աջ մաս**:

Այժմ կարելի է ասել, որ մեկ  $x$  անհայտով առաջին աստիճանի հավասարում անվանում են այն հավասարումը, որի ձախ մասը  $x$  փոփոխականի նկատմամբ առաջին աստիճանի կատարյալ բազմանդամ է, իսկ աջ մասը՝ զրո:

Հետևյալ հավասարումները՝

$$\begin{aligned}5x - 3 &= 0 \\ x + 5 &= 0 \\ -2x - 7 &= 0 \\ 3x &= 0\end{aligned}$$

կարող են ծառայել առաջին աստիճանի մեկ  $x$  անհայտով հավասարումների օրինակներ:

Ինչպես նշվեց, **առաջին աստիճանի մեկ  $x$  անհայտով հավասարման ընդհանուր տեսքն է**

$$kx + b = 0 \quad (k \neq 0),$$

որտեղ  $k$ -ն և  $b$ -ն տրված թվեր են: Այդ հավասարման մեջ  $k$  թիվն անվանում են **անհայտի գործակից**, իսկ  $b$ -ն՝ **ազատ անդամ**:

Այսպես,

$$5x - 3 = 0$$

հավասարման մեջ  $5$ -ը անհայտի գործակիցն է, իսկ  $(-3)$ -ը՝ ազատ անդամը,  $3x = 0$

հավասարման մեջ  $3$ -ը անհայտի գործակիցն է,  $0$ -ն՝ ազատ անդամը:

Մեկ  $x$  անհայտ պարունակող հավասարման **արմատ (կամ լուծում)** անվանում են այն թիվը, որը հավասարման մեջ  $x$ -ի փոխարեն տեղադրելիս ստացվում է ճիշտ թվային հավասարություն:

**Լուծել հավասարումը**, նշանակում է գտնել նրա բոլոր արմատները կամ ցույց տալ, որ արմատներ չկան:

$$kx + b = 0 \quad (k \neq 0) \tag{1}$$

ընդհանուր տեսքի առաջին աստիճանի հավասարումը լուծելու համար վարվենք այսպես. ենթադրենք, թե  $x_0$  թիվը (1) հավասարման արմատ է:

Տեղադրելով այն այդ հավասարման մեջ  $x$ -ի փոխարեն՝ կստանանք ճիշտ թվային հավասարություն՝

$$kx_0 + b = 0 \tag{2}$$

$b$  թիվը հակառակ նշանով տեղափոխելով (2) հավասարության աջ մաս՝ կստանանք ճիշտ թվային հավասարություն՝

$$kx_0 = -b \tag{3}$$

(3) հավասարության երկու մասը բաժանելով  $k$ -ի վրա ( $k \neq 0$ ) կստանանք, որ

$$x_0 = -\frac{b}{k}:$$

Հետևաբար, (2) հավասարությունը ճիշտ է  $x_0 = -\frac{b}{k}$  դեպքում:

Մենք ցույց տվինք, որ եթե  $x_0$ -ն (1) հավասարման արմատ է, ապա այն հավասար է  $-\frac{b}{k}$  թվին:

Հիմա պետք է ստուգել, որ  $-\frac{b}{k}$ -ն իրոք (1) հավասարման արմատ է: Դրա համար  $-\frac{b}{k}$  թիվը տեղադրենք (1) հավասարման մեջ ( $x$ -ի փոխարեն) և համոզվենք, որ ստացվում է ճիշտ հավասարություն՝

$$k \cdot \left(-\frac{b}{k}\right) + b = -b + b = 0:$$

Դրանով իսկ մենք ապացուցեցինք, որ (1) հավասարումն ունի

$$x_0 = -\frac{b}{k}$$

միակ արմատը:

Այսպիսով, (1) հավասարումը լուծելու համար պետք է՝

1) այդ հավասարման  $b$  ազատ անդամը տեղափոխել հավասարման աջ մաս, փոխելով  $b$ -ի նշանը հակադիրով,

2) ստացված հավասարման երկու մասը բաժանել անհայտի  $k$  գործակցի վրա ( $k \neq 0$ ):

Այդ դեպքում վերջին հավասարման աջ կողմում ստացված թիվը (1) հավասարման միակ արմատն է:

310. ա) Ի՞նչն են անվանում մեկ անհայտով հավասարման արմատ:  
բ) Ի՞նչ է նշանակում լուծել հավասարումը:

311. ա) Ո՞ր հավասարումն են անվանում մեկ անհայտով առաջին աստիճանի հավասարում: Բերեք օրինակներ:  
բ) Քանի՞ արմատ ունի առաջին աստիճանի մեկ անհայտով հավասարումը:

312.  $-3x + 5 = 0$  հավասարման մեջ անվանեք ազատ անդամը և անհայտի գործակիցը:



313. Ինչպիսի՞ն է  $x$  անհայտով առաջին աստիճանի հավասարման ընդհանուր տեսքը:

314. Գրեք մեկ անհայտով առաջին աստիճանի երեք հավասարում:

315. Տրված հավասարումը մեկ անհայտով առաջին աստիճանի հավասարում է.

ա)  $4x - 2 = 0$ ;

բ)  $6x = 0$ ;

գ)  $3 + 7x = 0$ ;

դ)  $0 \cdot x = 0$ ;

ե)  $-21 + 4x = 0$ ;

զ)  $\frac{5}{3}x - \frac{8}{7} = 0$ ;

է)  $(4,7 - 4 - 0,7)x - 1 = 0$ ;

ը)  $0 \cdot x - 6 = 0$ ;

թ)  $0 = 7x - 2$ :

316. Կազմեք  $x$  անհայտով առաջին աստիճանի հավասարում, եթե.

ա)  $k = -3, b = 5$ ;

բ)  $k = 2, b = 0$ ;

գ)  $k = -1 \frac{1}{4}, b = 7$ ;

դ)  $k = \frac{1}{2}, b = -10$ ;

ե)  $k = 30, b = -20$ ;

զ)  $b = 7 \frac{1}{2}, k = -8$ ;

է)  $k = 0,3, b = 0$ ;

ը)  $b = -7,5, k = 4$ :

317.  $3; 0; -1$  թվերից ո՞րն է  $2x + 2 = 0$  հավասարման արմատ:

318.  $\frac{1}{2}$ -ը հավասարման արմատ է.

ա)  $5x - 8 = 0$ ;

բ)  $4x - 8 = 0$ ;

գ)  $8x - 4 = 0$ ;

դ)  $1,3x - 0,65 = 0$ ;

ե)  $7 \frac{1}{4}x - 3,5 = 0$ ;

զ)  $\frac{1}{2}x = 0$ :

319. Լուծեք հավասարումը.

ա)  $3x - 7 = 0$ ;

բ)  $5x = 0$ ;

գ)  $-8x - 10 = 0$ ;

դ)  $4x + 15 = 0$ :

320.  $k \neq 0$  թիվը տրված է: Լուծեք հավասարումը.

ա)  $kx - 10 = 0$ ;

բ)  $kx + 23 = 0$ ;

գ)  $kx + a = 0$ ;

դ)  $kx - b = 0$ :

## 4.2 Մեկ անհայտով գծային հավասարումներ

Հետևյալ հավասարումները՝

$$\begin{aligned}7x + 9 &= 0, \\3x - 5 + 2x - 1 &= 0, \\4x - 3 &= 3x - 4, \\0 &= 2x - 7 - x - 1, \\6x - 3 + 2x &= 3x - 4 - x + 1\end{aligned}$$

մեկ  $x$  անհայտով գծային հավասարումների օրինակներ են:

**Մեկ  $x$  անհայտով գծային հավասարում** անվանում են այն հավասարումները, որոնց ձախ և աջ մասերը  $x$  փոփոխականի նկատմամբ առաջին աստիճանի բազմանդամներ են կամ թվեր: Չախ և աջ մասերում գտնվող բազմանդամների անդամներն անվանում են **հավասարման անդամներ**:

$kx + b = 0$  հավասարումը, որտեղ  $k$ -ն և  $b$ -ն ցանկացած երկու թվեր են, գծային հավասարում է ինչպես  $k$ -ի 0-ից տարբեր արժեքների համար, այնպես էլ  $k = 0$  դեպքում:

Ինչպես վերը նշվեց,  $k \neq 0$  դեպքում այդ հավասարումը կոչվում է նաև առաջին աստիճանի հավասարում:

Այսպիսով,  $x$  մեկ փոփոխականով առաջին աստիճանի հավասարումը  $x$  մեկ փոփոխականով գծային հավասարման մասնավոր դեպքն է:

Դիտարկենք

$$kx + b = 0 \tag{1}$$

գծային հավասարումը, որտեղ  $k$ -ն և  $b$ -ն տրված թվեր են:

Ինչպես ցույց է տրված նախորդ կետում, (1) հավասարումը  $k \neq 0$  դեպքում ունի միակ արմատ՝  $x_0 = -\frac{b}{k}$ :  $k = 0$  դեպքում (1) հավասարումն ընդունում է

$$0 \cdot x + b = 0$$

տեսքը:

Այդ դեպքում, եթե  $b \neq 0$ , ապա (1) հավասարումն արմատներ չունի, իսկ եթե  $b = 0$ , ապա ցանկացած թիվ հանդիսանում է այդ հավասարման արմատ:

Այսպիսով, (1) գծային հավասարումը՝

1)  $k \neq 0$  դեպքում ունի միակ արմատ՝  $x_0 = -\frac{b}{k}$ :

2)  $k = 0$  և  $b \neq 0$  դեպքում արմատներ չունի,

3)  $k = 0$  և  $b = 0$  դեպքում ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ՝ ցանկացած թիվ հանդիսանում է նրա արմատ:

Երկու հավասարումներ անվանում են **համարժեք**, եթե առաջինի ցանկացած արմատ արմատ է նաև երկրորդի համար, իսկ երկրորդի ցանկացած արմատ հանդիսանում է առաջինի արմատ:

Եթե հավասարումներն արմատներ չունեն, նրանց նույնպես անվանում են համարժեք:

Օրինակ՝

$2x = 4$  և  $3x = 6$  հավասարումները համարժեք են, որովհետև երկուսն էլ ունեն միակ  $x_0 = 2$  արմատը,  $0 \cdot x = 4$  և  $0 \cdot x = 6$  հավասարումները նույնպես համարժեք են, որովհետև երկուսն էլ արմատներ չունեն:

Մի հավասարման փոխարինումը իրեն համարժեք հավասարումով անվանում են *հավասարման համարժեք ձևափոխություն*:

Թվարկենք գծային հավասարումների մի քանի համարժեք ձևափոխություններ:

- Եթե հավասարման երկու մասը բազմապատկենք զրոյից տարբեր միևնույն թվով (կամ բաժանենք զրոյից տարբեր միևնույն թվի վրա), ապա կստանանք հավասարում, որը համարժեք է սկզբնական հավասարմանը:**

Օրինակ՝

$$x - 1 = 2x - \frac{1}{7} \quad (2)$$

հավասարման ձախ և աջ մասերը բազմապատկելով 7-ով, կստանանք

$$7x - 7 = 14x - 1 \quad (3)$$

հավասարումը, որը համարժեք է սկզբնական (2) հավասարմանը:

Որովհետև, եթե  $x_0$ -ն (2) հավասարման արմատ է, ապա տեղի ունի

$$x_0 - 1 = 2x_0 - \frac{1}{7} \quad (4)$$

թվային հավասարությունը: Բազմապատկելով այն 7-ով, կստանանք, որ տեղի ունի

$$7x_0 = 14x_0 - 1 \quad (5)$$

թվային հավասարությունը, ինչը և ցույց է տալիս, որ  $x_0$ -ն (3) հավասարման արմատ է:

Իսկ եթե  $x_0$ -ն (3) հավասարման արմատ է, ապա ճիշտ է (5) թվային հավասարությունը: Բաժանելով նրա երկու մասը 7-ի՝ կստանանք, որ ճիշտ է (4) թվային հավասարությունը, որը նշանակում է, որ  $x_0$ -ն (2) հավասարման արմատ է:

Փոխանակ ասելու՝ հավասարման ձախ և աջ մասերը բազմապատկենք  $k$  թվով, ասում են՝ հավասարումը բազմապատկենք  $k$  թվով:

- Եթե հավասարման որևէ անդամ հակադիր նշանով փոփոխենք հավասարման մի մասից մյուս մասը, ապա կստանանք սկզբնականին համարժեք հավասարում:**

Օրինակ՝

$$3 - 2x = 5x + 3 \quad (6)$$

և

$$3 = 5x + 3 + 2x \quad (7)$$

հավասարումները համարժեք են:

(7) հավասարումը ստանալու համար մենք (6) հավասարման  $-2x$  անդամը հակադիր նշանով տեղափոխեցինք նրա ձախ մասից աջ մաս:

Ասում են՝ տրված հավասարման անդամը տեղափոխենք նրա մի մասից մյուսը, ենթադրելով, որ տեղափոխված անդամը պետք է վերցնել հակադիր նշանով:

**3. Եթե հավասարման չափ կամ աջ մասում կապարենք նման անդամների միացում, ապա կստանանք նրան համարժեք հավասարում:**

Օրինակ՝

$$x + x + 2 - 1 = 0 \text{ և } 2x + 1 = 0$$

հավասարումները համարժեք են:

2 և 3 պնդումների ճշմարտացի լինելը ցույց է տրվում նույն կերպ, ինչպես 1 պնդման դեպքում:

321. ա) Ո՞ր հավասարումն են անվանում մեկ անհայտով գծային հավասարում: Բերեք գծային հավասարումների օրինակներ:
- բ) Հանդիսանո՞ւմ է, արդյոք, առաջին աստիճանի հավասարումը գծային հավասարում:
- գ) Ի՞նչն են անվանում գծային հավասարման անդամներ:
- դ) Ո՞ր հավասարումներն են անվանում համարժեք: Բերեք համարժեք հավասարումների օրինակներ:
- ե) Գծային հավասարումների համարժեքության ի՞նչ պնդումներ են ձեռք հայտնի:
322.  $k$ -ի և  $b$ -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում  $kx + b = 0$  հավասարումը
- ա) ունի միակ լուծում,
- բ) լուծում չունի,
- գ) ունի անթիվ բազմությամբ լուծումներ:

323. Արդյոք տրված հավասարումը  $x$  մեկ փոփոխականով գծային հավասարում է.

ա)  $2x - 5 = 3x - 4$ ;

բ)  $0,5x - 7,3 = -4x + 6$ ;

գ)  $0 \cdot x = 0$ ;

դ)  $x^2 - 3x + 4 = 2x^2 + 2x - 3$ ;

ե)  $-10 = 5x - 4$ ;

զ)  $x^2 + 3x - 5 = 0$ ;

է)  $x + y - 4 = 0$ :

324. Գրեք մեկ փոփոխականով երկու գծային հավասարումներ:

325. 5; 2; 3; -8; 7 թվերից որո՞նք են հանդիսանում  $7x + 56 = -2x - 16$  հավասարման արմատներ:

326. Համարժեք են, արդյոք, հավասարումները.

ա)  $2x + 3 = 0$  և  $2x = -3$ ;

բ)  $3x - 7 = 4x - 3$  և  $0 = (4x - 3) - (3x - 7)$ ;

գ)  $-3x - 7 = 0$  և  $3x + 7 = 0$ ;

դ)  $-2x + 3 = 0$  և  $2x + 3 = 0$ ;

ե)  $3x - 7 + 2x - 3 = x$  և  $4x - 10 = 0$ ;

զ)  $7x - 5 = 7x + 5$  և  $0x + 1 = 0$ :

### 4.3 Մեկ անհայտով գծային հավասարումների լուծումը

Դիտարկենք օրինակներ:

**ՕՐԻՆԱԿ 1.** Լուծենք

$$3x - 5 + 2x - 1 = 0 \quad (1)$$

հավասարումը:

Հավասարման ձախ մասում կատարելով նման անդամների միացում՝ կստանանք՝

$$5x - 6 = 0 \quad (2)$$

հավասարումը, որը համարժեք է (1) հավասարմանը: Բայց (2) հավասարումն

ունի միակ արմատ՝  $x_0 = \frac{6}{5}$ :

Հետևաբար և (1) հավասարումն ունի հենց այդ միակ արմատը՝  $x_0 = \frac{6}{5}$ :

**ՕՐԻՆԱԿ 2.** Լուծենք

$$2x + 8 = 2x + 6 \quad (3)$$

հավասարումը:

Այդ հավասարման աջ մասի անդամները տեղափոխելով ձախ մաս՝ կատանանք

$$2x + 8 - 2x - 6 = 0$$

հավասարումը, որը համարժեք է (3) հավասարմանը: Կատարելով նման անդամների միացում՝ կատանանք

$$0 \cdot x + 2 = 0 \quad (4)$$

զժային հավասարումը, որը համարժեք է (3)-ին:

(4) հավասարումը արմատներ չունի՝ չկա  $x_0$  թիվ, որը բավարարում է այդ հավասարմանը: Հետևաբար և (3) հավասարումը լուծում չունի:

### ՕՐԻՆԱԿ 3. Լուծենք

$$2x + 1 = 3x + 1 - x \quad (5)$$

հավասարումը:

Տեղափոխելով նրա աջ մասի անդամները ձախ մաս և կատարելով նման անդամների միացում՝ կատանանք

$$0 \cdot x + 0 = 0 \quad (6)$$

զժային հավասարումը, որը համարժեք է (5)-ին:

(6) հավասարումը դառնում է ճիշտ թվային հավասարություն  $x$ -ի ցանկացած թվային արժեքի համար: Հետևաբար՝ (5) հավասարումն ունի անթիվ բազմությամբ արմատներ. ցանկացած թիվ հանդիսանում է նրա արմատ:

Վերը բերված դատողությունները կարելի է կիրառել ցանկացած զժային հավասարումներ լուծելիս:

Այսպիսով, ցանկացած զժային հավասարում լուծելու համար անհրաժեշտ է նրա աջ մասի բոլոր անդամները տեղափոխել ձախ մաս, այնուհետև կատարել նման անդամների միացում. արդյունքում կստացվի՝

1) կամ առաջին աստիճանի հավասարում, որն ունի միակ արմատ,

2) կամ  $0 \cdot x + 0 = 0$  զժային հավասարում, որը ցույց է տալիս, որ ցանկացած թիվ սկզբնական հավասարման արմատ է,

3) կամ  $0 \cdot x + b = 0$  ( $b \neq 0$ ) զժային հավասարում, որը ցույց է տալիս, որ սկզբնական հավասարումը լուծում չունի:

Այս պարագրաֆում զժային հավասարումների հետ մեկտեղ կդիտարկվեն փակագծերի բացման կամ բազմանդամը թվով բազմապատկելու կանոնների միջոցով զժայինի բերվող հավասարումներ: Ըստ որում՝  $\frac{1}{m} \cdot (kx + l)$  տեսքի

գումարելիները, կարող են գրվել  $\frac{kx + l}{m}$  տեսքով, որտեղ  $k$ ,  $l$  և  $m$ -ը ( $m \neq 0$ )

տրված թվեր են:

### ՕՐԻՆԱԿ 4. Լուծենք

$$x - (x + 2(x - 1)) = 4 \quad (7)$$

հավասարումը:

Կիրառելով թվը բազմանդամով բազմապատկելու կանոնը՝ (7) հավասարումն արտագրենք

$$x - (x + 2x - 2) = 4 \quad (8)$$

տեսքով:

Կիրառելով փակագծերի բացման կանոնը՝ (8) հավասարումն արտագրենք

$$x - x - 2x + 2 = 4 \quad (9)$$

տեսքով:

2 գումարելին հակադիր նշանով տեղափոխելով հավասարման աջ մաս և հավասարման երկու մասերում կատարելով նման անդամների միացում՝ կստանանք

$$-2x = 2 \quad (10)$$

հավասարումը, որն ունի միակ  $x_0 = -1$  արմատը:

Հետևաբար և (10) հավասարմանը համարժեք (7) հավասարումն ունի նույն  $x_0 = -1$  միակ արմատը:

### **ՕՐԻՆԱԿ 5.** Լուծենք

$$\frac{5x - 7}{2} - \frac{3x + 1}{3} = \frac{x + 17}{6} \quad (11)$$

հավասարումը:

Բազմապատկելով (11) հավասարումը 6 թվով՝ կստանանք նրան համարժեք

$$3(5x - 7) - 2(3x + 1) = x + 17 \quad (12)$$

հավասարումը: Կիրառելով բազմանդամը թվով բազմապատկելու կանոնը՝ (12) հավասարումը գրենք

$$15x - 21 - 6x - 2 = x + 17 \quad (13)$$

տեսքով:

$x$  պարունակող անդամները տեղափոխելով հավասարման ձախ մաս, իսկ  $x$  չպարունակող անդամները՝ աջ մաս (հակադիր նշաններով)՝ կստանանք

$$8x = 40 \quad (14)$$

հավասարումը, որն ունի միակ  $x_0 = 5$  արմատը:

Հետևաբար և (14)-ին համարժեք (11) հավասարումն ունի նույն  $x_0 = 5$  միակ արմատը:

327. ա) Կարո՞ղ է, արդյոք, մեկ անհայտով գծային հավասարումն արմատներ չունենալ: Բերեք օրինակներ:
- բ) Կարո՞ղ է, արդյոք, մեկ անհայտով գծային հավասարումն ունենալ միակ արմատ: Բերեք օրինակներ:
- գ) Կարո՞ղ է արդյոք մեկ անհայտով գծային հավասարումն ունենալ անթիվ բազմությամբ արմատներ: Բերեք օրինակներ:

Լուծեք հավասարումը (328-336).

328. ա)  $x + 4 = 9$ ;                      բ)  $x + 5 = 5$ ;                      գ)  $x - 8 = 8$ ;  
 դ)  $x + 2 = -4$ ;                      ե)  $7x = 10$ ;                      զ)  $5x = 1$ ;  
 է)  $\frac{1}{3}x = 2$ ;                      ը)  $3x = \frac{1}{7}$ ;                      թ)  $12x = 0$ ;  
 ժ)  $-3x = 0$ ;                      հ)  $-x = 0$ ;                      լ)  $-\frac{1}{2}x = 0$ :
329. ա)  $-\frac{3}{4}x = -\frac{6}{7}$ ;                      բ)  $-2\frac{1}{3}x = 7$ ;                      գ)  $0,2 = 5x$ ;  
 դ)  $1,8x = -0,72$ ;                      ե)  $1\frac{2}{3}x = 2\frac{1}{3}$ ;                      զ)  $3,5x = 2\frac{1}{3}$ ;  
 է)  $\frac{x}{5} = 4$ ;                      ը)  $\frac{x}{3} = 4$ :
330. ա)  $3x - 5 = 0$ ;                      բ)  $7x - 4 = 0$ ;                      գ)  $7 - x = 0$ ;  
 դ)  $5 - x = 0$ ;                      ե)  $18 - 10x = 0$ ;                      զ)  $15 - 7x = 0$ ;  
 է)  $x - 2x + 3 = 7$ ;                      ը)  $2x - 4x - 1 = 0$ ;                      թ)  $3x - 5 = x$ ;  
 ժ)  $4x - 2 = x$ ;                      հ)  $x - 3 = 2x + 1$ ;                      լ)  $3x + 2 = 5x - 7$ :
331. ա)  $7x - 3 + x = 4x - 9 + 5x$ ;                      բ)  $x + 5 - 8x = 7 + 2x - 4$ ;  
 գ)  $x + 0,2 = 0,4x + 3,2$ ;                      դ)  $0,5x - 3 = 0,8 - 1,4x$ ;  
 է)  $\frac{2}{3} - 3x = \frac{1}{2}x - 2 + x$ ;                      զ)  $5 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x$ ;  
 թ)  $\frac{2x}{7} - \frac{x}{4} = 1$ ;                      ը)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 6$ :
332. ա)  $0 \cdot x = 3$ ;                      բ)  $0 \cdot x = -2$ ;  
 գ)  $0 \cdot x = 0$ ;                      դ)  $3x - 3x = 0$ ;  
 ե)  $3x + (2x - 1) = 10$ ;                      զ)  $5x - (3x - 1) = 3$ ;  
 է)  $(3x - 2) - (x - 1) = 10$ ;                      ը)  $7 - (2x - 3) = x - (2 - 4x)$ ;  
 թ)  $12x + 4 = 3(4x - 2)$ ;                      լ)  $5 - 3(x + 5) = 7 - (2 + 3x)$ ;



$$\text{h)} -x + 3 + x = x - (x - 3);$$

$$\text{h)} 6(x - 3) = 12;$$

$$\text{h)} 2(x - 1) - 4 = 6(x + 2);$$

$$\text{h)} 5x - 4 + 2x = 7(x - 3);$$

$$\text{h)} 14 = 7(x + 2);$$

$$\text{h)} (x + 1) - 9 = 6(x - 2);$$

$$333. \text{ u)} 3x - 5 = \frac{x + 3}{4};$$

$$\text{q)} \frac{x - 3}{5} + \frac{x + 2}{4} = \frac{1}{2};$$

$$\text{p)} \frac{2 - x}{3} = x - 3;$$

$$\text{h)} \frac{2x - 3}{4} + \frac{x + 2}{2} = 6 + \frac{2x - 3}{2};$$

$$334. \text{ u)} x + 3 = 2x - 4;$$

$$\text{q)} x + 4 = x + 2;$$

$$\text{h)} 5x = 6x;$$

$$\text{h)} 3x - 5 = -2x + 7 + 5x - 12;$$

$$\text{h)} x - 1 + 3x - 5 = (x - 5) - (x - 3) + (x + 1);$$

$$\text{p)} 2x - 4 = 7x + 2;$$

$$\text{h)} 2x - 6 = 3x;$$

$$\text{q)} 2x + 5 - 7x + 2 = 3;$$

$$335. \text{ u)} 7x + 2 - 3x + 10 = 0;$$

$$\text{p)} 5x - 8 - (3x - 8) = 0;$$

$$\text{q)} 3x - 1 - (2x + 5 - x) = 0;$$

$$\text{h)} 1,52 - 2,8x - (1,72 - 5,2x) = 0;$$

$$\text{h)} 5x + 7 - 2x - (3 - 2x + x) = 0;$$

$$\text{q)} 7 - 0,2x - (21,28 - 1,6) = 0;$$

$$\text{h)} \frac{1}{2}x - 3 - (2 - \frac{1}{3}x) = 0;$$

$$\text{h)} 1 - \frac{1}{5} - 0,5x - 0,4 + \frac{2}{5}x = 0;$$

$$336. \text{ u)} x - 2(x - 3(x - 4)) = 1;$$

$$\text{p)} 5x - 4(x - 3(x - 2)) = 2;$$

$$\text{q)} 3x - 2(x - 2(x - 3)) = 3;$$

$$\text{h)} 4x - 4(3x - 3(2x - 2)) = -24;$$

$$\text{h)} x - 2(x - 3(x - 4(x - 5))) = 6;$$

$$\text{q)} 5x - 4(x - 3(x - 2(x - 2(x - 1)))) = 2;$$

$$\text{h)} x - (x - (x - (x - 1))) = 1 - (2 - (3 - (4 - x)));$$

$$\text{h)} 4x - (3x - (2x - (x - 1) - 2) - 3) - 4 = 0;$$

## 4.4 Խնդիրների լուծում գծային հավասարումների օգնությամբ

Դիտարկենք հնագույն մի խնդրի լուծում:

**ԽՆԴԻՐ 1.** Սագերի երամին ընդառաջ թռչող մի սագ ասաց. «Բարև ձեզ, հարյուր սագեր»: Իսկ երամի առաջնորդը նրան պատասխանեց. «Ո՛չ, մենք հարյուր չենք: Ահա եթե մենք լինեինք էլի այնքան, ինչքան կանք և էլի այդքանի կեսը և այդքանի քառորդը, ապա քեզ էլ հետներս հաշված, կլինեինք հարյուր սագ: Ահա և հաշվիր, ինչքա՞ն ենք մենք»:

**Լուծում:** Խնդրում պետք է իմանալ, թե քանի սագ կա երամում: Այդ քանակությունը նշանակենք  $x$ -ով: Առաջնորդն ասաց՝ եթե մենք լինեինք այնքան, ինչքան կանք, այսինքն՝ ևս  $x$  հատ, էլի այդքանի կեսը, այսինքն՝ ևս  $\frac{1}{2}x$  հատ, էլի այդքանի քառորդը, այսինքն՝ ևս  $\frac{1}{4}x$  հատ և էլի մեկ հատ սագ, այսինքն՝ առաջնորդն ասաց, որ եթե սագերի թիվը լիներ

$$x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1$$

հատ, ապա իրենց թիվը կլինեիր հարյուր:

Հետևաբար՝

$$x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100:$$

Ստացվեց մեկ անհայտով գծային հավասարում:

Լուծելով այդ հավասարումը՝ գտնում ենք նրա միակ արմատը՝  $x_0 = 36$ , իսկ դա էլ նշանակում է, որ երամում կար 36 սագ:

**Պատասխան՝** 36 սագ:

Ահա ևս մեկ խնդիր:

**ԽՆԴԻՐ 2.** Հայրը 50 տարեկան է, որդին՝ 20: Քանի՞ տարի առաջ հայրը 3 անգամ մեծ էր որդուց:

**Լուծում:** Որոնցի տարիների թիվը նշանակենք  $x$ -ով, այդ դեպքում՝  $x$  տարի առաջ հայրը  $50-x$  տարեկան էր, որդին՝  $20-x$  տարեկան: Քանի որ այդ ժամանակ հայրը 3 անգամ մեծ էր որդուց, ապա

$$50 - x = 3 \cdot (20 - x):$$

Ստացվեց մեկ անհայտով գծային հավասարում: Լուծելով այն՝ ստանում ենք նրա միակ արմատը՝  $x = 5$ :

Հետևաբար 5 տարի առաջ հայրը 3 անգամ մեծ էր որդուց:

**Պատասխան՝** 5 տարի առաջ:



բ) Բադերն ու բադիկները միասին 16-ն են: Բադերը 3 անգամ քիչ են բադիկներից: Քանի՞ բադիկ կա:

344. ա) 124 մետր քաթանը պետք է բաժանել երկու մասի այնպես, որ մի կտորը մյուսից 12 մետրով երկար լինի: Քանի՞ մետր երկարություն կունենա յուրաքանչյուր կտորը:  
բ) 16 մետր երկարություն ունեցող թելը պետք է երկու մասի բաժանել այնպես, որ մեկը մյուսից 1 մետրով երկար լինի: Քանի՞ մետր կլինի յուրաքանչյուր մասը:
345. ա) Դպրոց բերեցին ընդհանուր քանակով 690 սեղան ու աթոռ: Աթոռները 230-ով սեղաններից շատ էին: Քանի՞ սեղան և քանի՞ աթոռ բերեցին դպրոց:  
բ) Դահուկավազքի մրցումներին մասնակցում էին 53 մարզիկ: Աղջիկները 17-ով քիչ էին տղաներից: Քանի՞ աղջիկ և քանի՞ տղա էին մասնակցում մրցումներին:
346. Երկու հոգի 15 000 դրամը պետք է բաժանեին այնպես, որ մեկին մյուսից 4 անգամ շատ հասներ: Քանի՞ դրամ կհասնի յուրաքանչյուրին:
347. ա) Կոնֆետի համար վճարել են 3 անգամ ավելի կամ 600 դրամով ավելի, քան թխվածքի համար: Որքա՞ն են վճարել թխվածքի համար:  
բ) Տետրերի համար վճարել են 4 անգամ ավելի, կամ 720 դրամով ավելի, քան քանոնների համար: Որքա՞ն են վճարել քանոնների համար:
348. ա) Հայրը 8 անգամ մեծ է աղջկանից, իսկ աղջիկը 28 տարով փոքր է հորից: Քանի՞ տարեկան է հայրը:  
բ) Մայրը 6 անգամ մեծ է որդուց, իսկ որդին 25 տարով փոքր է մորից: Քանի՞ տարեկան է մայրը:
349. Արևի տակ տաքանում էին մի քանի կատու: Նրանք միասին 10 թաթ ավելի ունեին, քան ականջ: Քանի՞ կատու էին տաքանում արևի տակ:
350. Ընդհանուր քանակով 10 շուն ու կատու կերակրվեցին 56 պաքսիմատով: Ամեն շան հասավ 6, իսկ ամեն կատվի՝ 5 պաքսիմատ: Քանի՞ շուն ու քանի՞ կատու կերակրեցին:

351. Քանի՞ հավ ու քանի՞ ոչխար կար տնտեսությունում, եթե հայտնի է, որ բոլոր հավերն ու ոչխարները միասին ունեին  
ա) 19 գլուխ և 46 ոտք,                      բ) 30 գլուխ և 74 ոտք:
352. Ընդհանուր քանակով 15 եռանկյուն ու քառանկյուն միասին ունեն 53 անկյուն: Քանի՞ եռանկյուն և քանի՞ քառանկյուն կար:
353. ա) 7400 դրամը վճարեցին 19 մետաղադրամներով՝ օգտագործելով միայն 200 և 500 դրամանոցներ: Քանի՞ 200 դրամանոց մետաղադրամ օգտագործեցին:  
բ) 27 000 դրամը մանրել են 100 և 200 դրամանոց մետաղադրամներով: Ստացվել է 170 մետաղադրամ: Դրանցից քանի՞սն են 100, քանիսը՝ 200 դրամանոց:
354. **Լ.Ֆ Մազնիցկիի «Թվաբանությունից»:** Մի մարդ հարցրեց ուսուցչին.  
- Քեզ մոտ սովորող քանի՞ աշակերտ ունես. ուզում եմ որդուս էլ քեզ մոտ ուսման տալ:  
Ուսուցիչն էլ պատասխանեց նրան.  
- Եթե ինձ մոտ գան էլի այնքան, որքան ես ունեմ, ու էլի դրա կեսը, ու էլի չորրորդ մասը և նոր քո որդին, ապա ես կունենամ 100 աշակերտ:  
Քանի՞ աշակերտ ուներ ուսուցիչը:
355. **Հին իսնդիո** (Հունաստան):  
- Ասա ինձ, մեծահռչակ Պյութագորաս, քանի՞ աշակերտ է հաճախում քո դպրոցը և լսում քո գրույցները:  
- Ահա որքան,- պատասխանեց փիլիսոփան,- նրանց կեսը մաթեմատիկա է ուսումնասիրում, քառորդը՝ երաժշտություն, յոթերորդ մասը ազատ ունկնդիր է, և դրանցից բացի երեք կին էլ կան:
356. Գտեք երկու թվեր, որոցից մեկը մեծ է մյուսից 12-ով, իսկ նրանց գումարը 86 է:
357. ա) Երեք դպրոցներում միասին կա 3230 աշակերտ: Երկրորդ դպրոցի աշակերտների թիվը 420-ով ավելի է առաջին դպրոցի աշակերտների թվից, իսկ երրորդ դպրոցի աշակերտների թիվը 350-ով ավելի է առաջին դպրոցի աշակերտների թվից: Քանի՞ աշակերտ կա յուրաքանչյուր դպրոցում:

բ) Երեք գրադարակներում միասին կա 276 գիրք: Քանի՞ գիրք կա յուրաքանչյուր գրադարակում, եթե երկրորդում 16-ով ավելի գիրք կա, քան առաջինում, իսկ երրորդում երկու անգամ ավելի գիրք կա, քան առաջինում:

գ) Եռանկյան պարագիծը 70 սմ է: Որոշեք եռանկյան կողմերը, եթե նրա առաջին կողմը երեք անգամ մեծ է երկրորդից և 7սմ-ով մեծ է երրորդ կողմից:

դ) Գործարանի երեք արտադրամասերում աշխատում է 2400 մարդ: Առաջին արտադրամասում երկու անգամ ավելի բանվորներ կան, քան երկրորդում, իսկ երրորդում՝ 200-ով փոքր, քան երկրորդում: Քանի՞ բանվոր կա յուրաքանչյուր արտադրամասում:

358. ա) Երկու կիլոգրամ խնձորի և մեկ կգ սալորի համար վճարեցին 1800 դրամ: Որքա՞ն արժեն մեկ կգ խնձորը և մեկ կգ սալորը, եթե խնձորի մեկ կգ-ն 150 դրամով թանկ է սալորի մեկ կգ-ից:

բ) Մի քաղաքից մյուսը մարդատար գնացքը գնում է 4 ժամում, իսկ մեքենան՝ 5 ժամում: Որքա՞ն է գնացքի արագությունը, եթե մեքենայի արագությունը 10 կմ/ժ-ով փոքր է գնացքի արագությունից:

359. 1000 դրամը պետք է մանրել 20 դրամ և 50 դրամ մետաղադրամներով այնպես, որ բոլոր մետաղադրամների թիվը լինի 26 հատ: Քանի՞ 20 դրամանոց մետաղադրամ պետք է լինի:

360. Երկու նավահանգիստների միջև եղած հեռավորությունը հոսանքի ուղղությամբ ջերմանավն անցնում է 3 ժամում, իսկ հոսանքին հակառակ ուղղությամբ գնալիս՝ 5 ժամում: Գետի հոսանքի արագությունը 5 կմ/ժ է: Որքա՞ն է ջերմանավի արագությունը կանգնած ջրում:

361. ա) Հայրն ու որդին միասին բռնեցին 15 ձուկ: Քանի՞ ձուկ բռնեց որդին, եթե հայտնի է, որ հայրը որդուց 3 ձուկ ավելի բռնեց:

բ) Ջրով դույր կշռում է 10 կգ: Որքա՞ն է կշռում դույրը, եթե հայտնի է, որ այն 9 կգ-ով թեթև է նրա մեջ գտնվող ջրից:

362. ա) Ուղղանկյան պարագիծը 20 սմ է: Գտեք նրա երկարությունը և լայնությունը, եթե երկարությունը 8 սմ-ով մեծ է լայնությունից:

բ) Ուղղանկյան պարագիծը 20 սմ է: Երկարությունը հինգ անգամ մեծ է լայնությունից: Գտեք այդ ուղղանկյան երկարությունը և լայնությունը:

գ) Գտեք ուղղանկյան երկարությունը և լայնությունը, եթե հայտնի է, որ լայնությունը 1 սմ-ով փոքր է երկարությունից, իսկ ուղղանկյան պարագիծը 20 սմ է:

363. ա) Երկու հաջորդական գույգ թվերի գումարը 38 է: Գտեք այդ թվերը:  
բ) Երեք իրար հաջորդող գույգ թվերի գումարը 18 է: Գտեք այդ թվերը:  
գ) Երկու հաջորդական կենտ թվերի գումարը 24 է: Գտեք այդ թվերը:  
դ) Երեք իրար հաջորդող կենտ թվերի գումարը 21 է: Գտեք այդ թվերը:

364. ա) 6,5 տ զանգվածով բեռը տեղափոխեցին երեք բեռնատարով: Առաջին և երկրորդ բեռնատարներում միասին 0,1 տ-ով ավելի բեռ կար, քան երրորդում, իսկ առաջինում 1,5 տ ավելի էր, քան երկրորդում: Քանի՞ տոննա բեռ կար յուրաքանչյուր բեռնատարում:  
բ) Երեք գրադարակում գրքեր են դրված: Առաջինում 4 գիրք պակաս կա, քան երկրորդում, իսկ երրորդում երկու անգամ քիչ է, քան առաջինում և երկրորդում միասին վերցված: Քանի՞ գիրք կա յուրաքանչյուր գրադարակում, եթե ընդամենը 96 գիրք կար:

## Պատմական ակնարկ

Նույնատիպ թվաբանական խնդիրներ լուծելիս մաթեմատիկոսները վաղուց թվերի փոխարեն կիրառում էին տառեր: Հավասարումների օգնությամբ լուծվող խնդիրներ հանդիպում են հինավուրց բազմաթիվ գրություններում: Մոտ 4000 տարի առաջ բաբելոնացիները և եգիպտացիները հողաչափության, շինարարության և ռազմական գործի հետ առնչվող տարբեր խնդիրներ լուծում էին հավասարումների օգնությամբ: Առաջին աստիճանի հավասարումներ կարողանում էին լուծել նաև չինացի և հնդիկ գիտնականները: Օրինակ՝ Ահմեսի մագաղաթում պարունակվում են խնդիրներ, որոնցում անհայտը նշանակում էին հայրուկ սինվոլով՝ «խաու» կամ «ախա», որը նշանակում էր «քանակություն», «կույտ»: Սակայն հանրահաշվի, որպես գիտության, զարգացումը երկար ժամանակ կանգ էր առել հարմար նշանակումների բացակայության պատճառով, նշանակումների, որոնց հետ կարելի էր կլիներ գործողություններ կատարել: Հույն մաթեմատիկոս Դիոֆանտը, որն ապրել է Ալեքսանդրիա քաղաքում III դարում, գրել է «Թվաբանություն» աշխատությունը, որում նա գծային և այլ հավասարումներում անհայտների և նրանց աստիճանների նշանակումների համար օգտագործել է տառեր և նշաններ (նկ. 7)

$x^0$	$M$
$x^1$	$S$
$x^2$	$\Delta^y$
$x^3$	$K^y$
$x^4$	$\Delta^y\Delta$
$x^5$	$\Delta K^y$
$x^6$	$K^yK$

Նկ. 7

Այդ գիրքը հիմնականում նվիրված է հավասարումների ամբողջաթիվ լուծումներին: Դիոֆանտի հավասարումները մաթեմատիկայում կարևոր դեր են խաղում: Լ. Էյլերը գրում էր. «Դիոֆանտի հավասարումների վերլուծությունը ծառայում է սկսնակների մտքի ճկունության զարգացմանը և հաշվարկներ կատարելու շար հմտություններ է ձևավորում»: Սակայն դեռ երկար ժամանակ հավասարումների կիրառումը չգզգվում էր բացասական թվերի հետ գործողություններ կատարելու, գումարելիների՝ հավասարման մի կողմից մյուս կողմը փեղափոխելու կանոնների բացակայության պատճառով:



IX դարում ուզբեկ մաթեմատիկոս և աստղագետ Մոհամմեդ ալ-Խորեզմին գրեց «Գիրք վերականգնման և հակադրման մասին» աշխատությունը: Վերականգնում ևս անվանում էր հանելիճի հավասարման մի կողմից մյուս կողմ փեղափոխելը, որպեսզի այն դառնում է գումարելի: Հակադրում ասելով՝ ևս հասկանում էր անհայրների հավաքումը հավասարման մի կողմում, իսկ հայրների՝ մյուս կողմում: Արաբերեն «վերականգնում» բառը նշանակում է «ալջեբր»: Այսպես էլ ծագում է հավասարումների լուծման գիտության անվանումը՝ ալգեբրա (հայերեն՝ հանրահաշիվ):

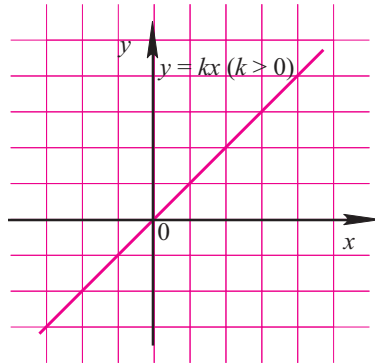
Տառերը և մաթեմատիկական զանազան նշանները գործածության մեջ մտնում ոչ միանգամից, այլ մաթեմատիկայի երկարատև զարգացման արդյունքում: Մինչև XV դարը բոլոր մեծությունները և գործողությունները, պայմանները և պարասիսանները հիմնականում արտահայտվում էին միայն բառերով: Այդ պարսպանով էլ այդ ժամանակների հանրահաշիվը անվանում են բառային:

Միայն XV դարի երկրորդ կեսում Եվրոպայի մի քանի երկրներում մտցվեցին առաջին հանրահաշվական սիմվոլները, և սկիզբ դրվեց փառերի գործածմանը:

XVI դարի վերջում ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Ֆրանսուա Վիետը (1540-1603) մտցրեց փառեր ոչ միայն անհայրների, այլև ցանկացած թվերի նշանակման համար: Դա վճռական քայլ էր բառային հանրահաշվից նոր սիմվոլային հանրահաշվին անցման համար: Հեյսթրեյր է, որ Ֆ. Վիետը սիրում էր բացահայտել ծածկագրված նամակները: Ֆրանս-իսպանական պատերազմի ժամանակ իսպանացիների բոլոր գաղտնի գրագրությունը ազատ կարդացվում էր ֆրանսիացիների կողմից, որովհետև Վիետն ամեն անգամ կռահում էր իսպանացիների ծածկագիրը, ինչպես էլ որ այն խճճում էին հակառակորդի ծածկագրեր կազմողները: Ընդ որում՝ դեռ չկռահված փառերը ևս նշանակում էր լատինական այբուբենի վերջին փառերով՝ x, y, z: Մինչև օրս էլ մաթեմատիկական խնդիրներ լուծելիս անհայր մեծությունները մենք ավելի հաճախ նշանակում ենք հենց լատինական այբուբենի վերջին փառերով:

Հանրահաշվական սիմվոլիկայի սրբեղծումը, որը փեղի էր ունենում Իտալիայում, Գերմանիայում, Ֆրանսիայում, Նիդեռլանդներում և Անգլիայում, հիմնականում ավարտվեց XVII դարում: Սակայն միայն XVIII դարի առաջին կեսում հասարակվեց հանրահաշվի նշանների՝ ներկայումս համընդհանուր ընդունելություն գրած համակարգը:

## ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ



### § 5. Բազմություններ

#### 5.1 Հիմնական հասկացություններ

**Բազմությունը** որևէ առարկաների, իրերի, գաղափարների հավաքածու է, որոնք կոչվում են այդ բազմության տարրեր:

Մաթեմատիկայում դա թվերի բազմությունն է, կետերի բազմությունը, պատկերների բազմությունը և այլն:

Սովորաբար, բազմությունները նշանակվում են լատինական այբուբենի մեծատառերով՝  $A, B, C, \dots$ , իսկ բազմության տարրերը՝ նույն այբուբենի փոքրատառերով՝  $a, b, c, \dots$ : Եթե  $a$ -ն  $A$  բազմության տարր է, ապա գրում են  $a \in A$  և ասում՝ « $a$ -ն պատկանում է  $A$ -ին»։ Եթե  $b$ -ն  $A$  բազմության տարր չէ, ապա գրում են  $b \notin A$  և ասում՝ « $b$ -ն չի պատկանում  $A$  բազմությանը»:

Եթե  $A$  բազմության ցանկացած տարր հանդիսանում է նաև  $B$  բազմության տարր, ապա  $A$ -ն անվանում են  $B$  բազմության **ենթաբազմություն**: Այդ փաստը գրում են  $A \subset B$  տեսքով և ասում՝ « $A$ -ն  $B$ -ի ենթաբազմություն է»:

Նկատենք, որ ենթաբազմության սահմանումից հետևում է, որ ցանկացած  $A$  բազմություն հենց իր ենթաբազմությունն է՝  $A \subset A$ :

Եթե  $A$  բազմությունը բաղկացած է վերջավոր թվով տարրերից՝  $a_1, \dots, a_n$ , ապա այն գրառում են այսպես՝

$$A = \{a_1, \dots, a_n\},$$

ընդ որում՝ տարրերի հերթականությունն այդ գրառման մեջ էական չէ, այսինքն՝ օրինակ՝  $\{a, b, c\}$  և  $\{c, a, b\}$  բազմությունները նույնն են կամ հավասար են: (Ընդունված է երկու բազմություններ անվանել **հավասար**, եթե նրանք բաղկացած են միևնույն տարրերից):

Մասնավորապես մեկ  $a$  տարրից բաղկացած բազմությունը գրառում են  $A = \{a\}$  տեսքով:

Ոչ մի տարր չունեցող բազմությունն անվանում են **դափարկ բազմություն**: Այն նշանակում են  $\emptyset$  նշանով և համարում, որ դատարկ բազմությունը ցանկացած բազմության ենթաբազմություն է:

Վերջավոր թվով տարրեր պարունակող բազմությունն անվանում են **վերջավոր բազմություն**:

Բազմությունն անվանում են **անվերջ**, եթե ցանկացած  $n$  բնական թվի համար այդ բազմության մեջ կան  $n$ -ից ավելի թվով տարրեր:

Օրինակ՝ **բնական թվերի  $N$  բազմությունը, ամբողջ թվերի  $Z$  բազմությունը, ռացիոնալ թվերի  $Q$  բազմությունը** անվերջ բազմություններ են:

$A$  և  $B$  **բազմությունների միավորում** անվանում են այն բազմությունը, որը բաղկացած է բոլոր այն տարրերից, որոնք պատկանում են  $A$  և  $B$  բազմություններից գոնե մեկին:  $A$  և  $B$  բազմությունների միավորումը նշանակում են այսպես՝  $A \cup B$  և կարդում « $A$  միավորած  $B$ »:  $\cup$  նշանն առաջացել է union (միավորում, միություն) լատիներեն բառի առաջին տառից:

┌ **Օրինակ,**

$$1^\circ \text{ Եթե } A = \{1, 2, 4\}, B = \left\{2, 6, 0, 7, -\frac{1}{3}\right\},$$

ապա

$$A \cup B = \left\{1, 2, 4, 6, 0, 7, -\frac{1}{3}\right\};$$

(Նկատենք, որ բազմության գրառման մեջ կրկնվող տարրեր չեն կարող լինել):

2° Եթե  $A = \left\{\text{Երևան քաղաք, լուսամփոփ, } \frac{7}{6}, \text{ Մարս մոլորակ, } -6x + 5, \text{ աշուն}\right\}$ ,

$$B = \left\{\frac{2x}{3}, \text{ մատիտ, «Մարս» շոկոլադ, աշուն}\right\}, \text{ ապա}$$

$A \cup B = \left\{\text{Երևան քաղաք, լուսամփոփ, } \frac{7}{6}, \text{ Մարս մոլորակ, } -6x + 5, \text{ աշուն, } \frac{2x}{3}, \text{ մատիտ, «Մարս» շոկոլադ}\right\}$ :

$A$  և  $B$  բազմությունների **հատում** անվանում են այն բոլոր տարրերի բազմությունը, որոնք պատկանում են և՛  $A$ , և՛  $B$  բազմությանը:  $A$  և  $B$  բազմությունների հատումը նշանակում են  $A \cap B$  սիմվոլով:

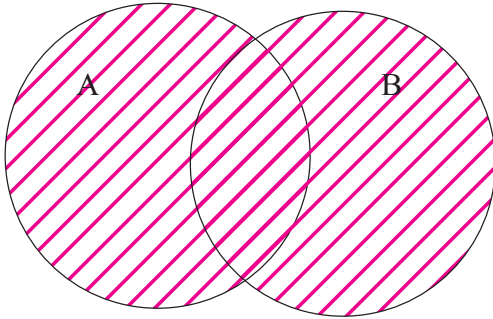
┌ Վերը քննարկված

$$1^\circ \text{ օրինակում } A \cap B = \{2\},$$

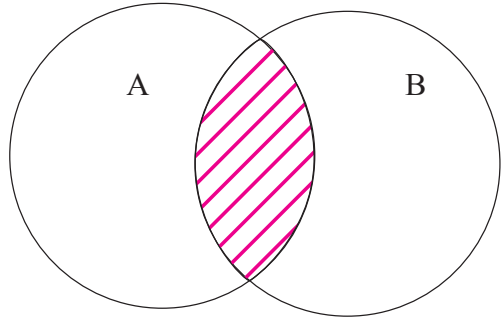
$$2^\circ \text{ օրինակում } A \cap B = \{\text{աշուն}\}:$$

Երբեմն բազմությունը հարթության վրա սիմվոլիկ ձևով ցույց է տրվում շրջանակով: Ընդ որում՝ նրա տարրերն այդ շրջանակի ներսում ընկած կետերն են, իսկ բազմությանը չպատկանող տարրերը՝ այդ շրջանակից դուրս գտնվող կետերը: Այդ դեպքում A և B բազմությունների միավորումը կարելի է ցույց տալ, ինչպես նկ. 8-ում:

Շրջանակներով պատկերված A և B բազմությունների  $A \cap B$  հատումը նկ. 9-ում ստվերագծված մասն է: ]



Նկ. 8



Նկ. 9

### 5.2\* Վերջավոր բազմությունների միավորման տարրերի քանակը

Պարզ է, որ ընդհանուր տարրեր չունեցող երկու վերջավոր բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար է միավորվող բազմությունների տարրերի թվերի գումարին:

Ընդհանուր դեպքում երկու վերջավոր բազմությունների միավորման տարրերի թիվը հավասար է այդ բազմությունների տարրերի թվերի գումարին՝ հանած նրանց հատման տարրերի թիվը:

Եթե պայմանավորվենք A վերջավոր բազմության տարրերի թիվը նշանակել  $|A|$ -ով, ապա այս պնդումը կարտահայտվի հետևյալ բանաձևով՝

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|: \quad (1)$$

Կիրառենք (1) բանաձևը հետևյալ խնդրի լուծման համար:

**Խնդիր.** Կոնֆերանսին մասնակցող 100 գիտնականների 80 %-ը տիրապետում է անգլերենին, 60 %-ը գերմաներենին, ընդ որում՝ յուրաքանչյուր մասնակից այդ լեզուներից գոնե մեկին տիրապետում է:

Մասնակիցներից քանի՞սն է միաժամանակ տիրապետում երկու լեզուներին:

**Լուծում:** A-ով նշանակենք անգլերենի տիրապետող գիտնականների բազմությունը: Ըստ խնդրի պայմանի՝ նրանց քանակը՝  $|A| = 100 \cdot \frac{80}{100} = 80$  է:

Իսկ եթե B-ն գերմաներենի տիրապետող գիտնականների բազմությունն է, ապա  $|B| = \frac{100 \cdot 60}{100} = 60$ :

Քանի որ A∪B-ն կոնֆերանսին մասնակցող բոլոր գիտնականների բազմությունն է, ապա  $|A \cup B| = 100$ :

Ուստի ըստ (1) բանաձևի՝

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 80 + 60 - 100 = 40:$$

Քանի որ A∩B-ն միաժամանակ երկու լեզուներին տիրապետող գիտնականների բազմությունն է, ապա խնդրի պատասխանն է՝ 40:」

### 5.3 Թվային բազմություններ

Բազմությունները, որոնց տարրերը թվեր են, կանվանենք *թվային բազմություններ*:

5-րդ, 6-րդ դասարանների մաթեմատիկայի դասընթացից դուք արդեն ծանոթ եք բնական և ամբողջ թվերին, ինչպես նաև սովորական կոտորակներին (ռացիոնալ թվերին): Ինչպես վերը նշվեց, ընդունված է բնական թվերի բազմությունը նշանակել N, ամբողջ թվերի բազմությունը՝ Z, իսկ ռացիոնալ թվերի բազմությունը՝ Q տառերով:

Հետագայում մենք կձանոթանանք նոր թվերի՝ իռացիոնալ թվերին. դրանց մասին որոշակի պատկերացում ունենալու համար նախ հիշենք, որ որոշ սովորական կոտորակներ ներկայացվում են վերջավոր տասնորդական կոտորակների տեսքով. օրինակ՝

$$\frac{1}{2} = 0,5; \quad \frac{5}{4} = 1,25$$

և այլն:

Սակայն որոշ սովորական կոտորակներ տասնորդական կոտորակի վերածելիս (անկյունով բաժանման միջոցով), ստացվում են պարբերական տասնորդական կոտորակներ.

Օրինակ՝

$$\frac{7}{9} = 0,777\dots$$

$$\frac{7}{9} = 0,777\dots$$

$\frac{7}{9}$	9	7
	70	0,77...
	63	
	70	
	.....	

$$-\frac{143}{45} = -3,1777\dots$$

0,777... –3,1777... արտահայտություններն անվանում են անվերջ պարբերական տասնորդական կոտորակներ կամ պարզապես՝ պարբերական կոտորակներ. դրանք գրառում են նաև  $0,(7)$ ,  $-3,1(7)$  ձևով և կարդում՝ «գրո ամբողջ, 7-ը պարբերության մեջ» և «մինուս երեք ամբողջ մեկ տասնորդական և յոթը պարբերության մեջ»:

7 թիվն անվանում են այդ կոտորակների պարբերություն:

Վերջավոր տասնորդական կոտորակին աջից անվերջ թվով 0-ներ կցագրելով կամ ամբողջ թվին աջից ստորակետ ու ապա անվերջ թվով 0-ներ կցագրելով՝ ստանում ենք (0) պարբերությամբ անվերջ տասնորդական կոտորակ, որը համարվում է սկզբնական թվի գրառումը պարբերական կոտորակի տեսքով:

Օրինակ՝

$$27 = 27,000\dots = 27,(0)$$

$$0,354 = 0,354000\dots = 0,354(0)$$

$$-3,1 = -3,1000\dots = -3,1(0)$$

$$0 = 0,000\dots = 0,(0):$$

Ի մի բերելով ասվածը՝ ստանում ենք, որ ցանկացած  $\frac{p}{q}$  ռացիոնալ թիվ ( $p$ -ն ցանկացած ամբողջ թիվ է,  $q$ -ն՝ ցանկացած բնական թիվ) վերածվում է պարբերական կոտորակի: Կարելի է նաև ցույց տալ, որ ցանկացած պարբերական կոտորակ ինչ-որ ռացիոնալ թվի ներկայացումն է տասնորդական կոտորակի տեսքով:

Դիտարկենք այժմ  $0,10110111011110\dots$  անվերջ տասնորդական կոտորակը, որում ստորակետից հետո գրված են՝ 1,0 երկու հատ 1, 0, երեք հատ 1, 0 և այդպես շարունակ՝ մինչանց հաջորդող ամեն երկու 0-ների արանքում ներառելով մեկով ավելի 1-եր, քան նախորդ արանքում:

Կարելի է ցույց տալ, որ թվանշանների ոչ մի խումբ այս կոտորակի համար չի կարող լինել պարբերություն: Այս կոտորակը ոչ պարբերական է և հետևապես չի կարող լինել որևիցե ռացիոնալ թվի տասնորդական ներկայացում:

Ահա ոչ պարբերական տասնորդական կոտորակների ևս երկու օրինակ.

$$0,01001000100001\dots \quad -17,123456789101112\dots$$

Առաջին կոտորակում ստորակետից հետո գրված է՝ 0 և 1, երկու հատ 0 և 1 ու այդպես շարունակ: Երկրորդում՝ ստորակետից հետո աճման կարգով գրված են բոլոր բնական թվերը:

Թիվը, որը կարելի է գրել անվերջ ոչ պարբերական տասնորդական կոտորակի տեսքով, անվանում են **իրացիոնալ** (ոչ ռացիոնալ) թիվ:

Իռացիոնալ թվերի բազմությունը նշանակում են  $I$  տառով:

Ռացիոնալ և իռացիոնալ թվերը միասին անվանում են **իրական թվեր**:

Իրական թվերի բազմությունը ընդունված է նշանակել  $R$  տառով:

Իռացիոնալ թվի վերը նշված սահմանումը կարող է փոքր-ինչ արհեստական թվալ: Մակայն իրականում իռացիոնալ թվերը ծագում են շատ կարևոր և կոնկրետ խնդիրներ լուծելիս (օրինակ՝ հատվածի երկարության չափման խնդրում): Գրան ավելի հանգամանալից կանդրադառնանք 8-րդ դասարանի հանրահաշվի դասընթացում, որտեղ կտեսնենք նաև, որ կամայական  $AB$  հատված ունի երկարություն՝ արտահայտված որևէ դրական  $a$  իրական թվով և հակառակը՝ յուրաքանչյուր  $a$  իրական դրական թվի համար կարելի է նշել  $AB$  հատված, որի երկարությունը  $a$  է:

365. Ինչպես նշվեց,  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$  և  $R$ -ը համապատասխանաբար բնական, ամբողջ, ռացիոնալ և իրական թվերի բազմություններն են.

ա) օգտագործելով ընդունված նշանակումները՝ գրեք, թե այդ բազմություններից որո՞նց են պատկանում և որո՞նց չեն պատկանում նշված թվերը.

- 1) 3;                      2)  $-5$ ;                      3)  $\frac{3}{7}$ ;                      4) 0,1010010001...

բ) օգտագործելով ընդունված նշանակումները՝ գրեք՝  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$  բազմություններից որո՞նց ենթաբազմությունն է նշված բազմությունը.

- 1)  $N$ ;                      2)  $Z$ ;                      3)  $Q$ ;                      4)  $R$ :

գ) Պարզեցրեք գրառումը.

- 1)  $N \cup Z$ ;                      2)  $N \cap Z$ ;                      3)  $Z \cup Q$ ;                      4)  $Z \cap Q$ :

366. Տրված են  $A = \{1; 2; 3\}$  և  $B = \{2; 3; 4; 5\}$  բազմությունները:

ա) Ի՞նչ տարրերից են բաղկացած բազմությունները.

1)  $A \cup B$ , և  $A \cap B$ :

բ) Կազմեք հինգ տարրից բաղկացած  $C$  բազմություն, որի համար տեղի ունի  $A \cap C = C \cap B$  պայմանը:

գ) Գրեք  $A$  և  $B$  բազմությունների բոլոր ենթաբազմությունները և յուրաքանչյուրի համար հաշվեք դրանց քանակները:

[367. Ինչպե՞ս են նշանակում.

ա) բնական թվերի բազմությունը,

բ) ամբողջ թվերի բազմությունը,

գ) ռացիոնալ թվերի բազմությունը,

դ) իռացիոնալ թվերի բազմությունը,

ե) իրական թվերի բազմությունը:

368. Գիշտ են, արդյոք, հետևյալ գրառումները.

- ա)  $-7 \in \mathbb{N}$     բ)  $-4 \notin \mathbb{N}$     գ)  $\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}$     դ)  $2,54 \in \mathbb{Q}$   
ե)  $\frac{3}{5} \in \mathbb{I}$     զ)  $-0,10010001\dots \in \mathbb{Q}$     է)  $-4,07(3) \in \mathbb{R}$

369. Գրեք այն անկրճատելի դրական ռացիոնալ թվերի բազմությունը, որոնք

- ա) փոքր են 6-ից, և որոնց հայտարարը 3 է:  
բ) փոքր են 15-ից և մեծ են 10-ից, և որոնց համարիչը 40 է:

370. ա) Գրառեք 10-ից մեծ և 50-ից փոքր պարզ թվերի բազմությունը:

- բ) Գրառեք 40-ից փոքր և 6-ի հետ փոխադարձ պարզ թվերի բազմությունը:  
գ) Գրառեք այն երկնիշ թվերի բազմությունը, որոնք 11-ի բաժանելիս տալիս են 7 մնացորդ:  
դ) Գրառեք 100-ից փոքր այն զույգ թվերի բազմությունը, որոնք 3-ի բազմապատիկ են:

371. Գտեք  $x$ -ը, եթե

- ա)  $x \in \left\{ \frac{3}{4}, 0 \right\}$ ,    բ)  $x \in \{-5, 2, 0, 7\}$ ,    գ)  $x \in \{-1\}$ :

372. Նշված բազմություններից որի՞ն է պատկանում  $2x + 5 = 4 - x$  հավասարման արմատը.

- ա)  $\left\{ 0, \frac{1}{3}, 2 \right\}$ ,    բ)  $\emptyset$ ,    գ)  $\left\{ 4, -\frac{1}{3} \right\}$ ,  
դ)  $\mathbb{N}$ ,    է)  $\mathbb{Z}$ ,    զ)  $\mathbb{I}$ :

373. Գիցուք,  $A$ -ն 12-ից փոքր և 5-ի վրա չբաժանվող բնական թվերի բազմությունն է, իսկ  $B$ -ն՝ 15-ից փոքր և 3-ի վրա բաժանվող բնական թվերի բազմությունը: Գտեք.

- ա)  $A$  բազմության տարրերի թիվը:  
բ)  $B$  բազմության տարրերի թիվը:  
գ) Գրառեք  $A \cap B$  բազմությունը և հաշվեք նրա տարրերի թիվը:  
դ) Հաշվեք  $A \cup B$  բազմության տարրերի թիվը:  
ե) Գրեք  $A \cap B$  բազմության բոլոր ենթաբազմությունները:

374. Գիցուք,  $A = \left\{ 4, 3, -\frac{1}{7}, 0 \right\}$ ,  $B = \left\{ 3, \frac{2}{5}, -4, 0, 6, 1 \right\}$



ա) Գրառեք  $A \cup B$  բազմության բոլոր այն ենթաբազմությունները, որոնք բաղկացած են 6 տարրերից:

բ) Գրառեք  $A \cap B$  բազմության բոլոր ենթաբազմությունները և հաշվեք դրանց քանակը:

գ) Գտեք այնպիսի  $C$  բազմություն, որի համար տեղի ունի  $A \cup C = B \cup C$  պայմանը: Ամենաքիչը քանի՞ տարր պետք է պարունակի  $C$  բազմությունը:

դ) Գտեք երկու տարրից բաղկացած այնպիսի  $D$  բազմություն, որի համար տեղի ունի  $A \cap D = D \cap B$  պայմանը:

375. Գտեք  $x$ -ը և  $y$ -ը, եթե
- |   |   |
|---|---|
| ա) $\{x\} \cup \{0, 5\} = \{2; 0, 5\}$          | բ) $\{x + 1; 3\} = \{-2; 3\}$                                       |
| գ) $\{x; y\} \cup \{4; -3\} = \{x; y\}$         | դ) $\{x; y\} \cup \{y\} = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{2}{5}\right\}$ |
| ե) $\{x; y; 1\} \cup \{2; 3\} = \{1; 2; 3; 4\}$ | զ) $\{x\} \cup \{-x\} = \{x\}$                                      |

376. Քանի՞ տարր կարող է ունենալ հետևյալ բազմությունը (կախված  $x$ -ի թվային արժեքից).

ա)  $\{2x - 1\} \cup \{-2\}$ ;                      բ)  $\{3x - 5\} \cup \{x - 1\}$ :

377. Հավասար են, արդյոք,  $A \cup C$  և  $B \cup C$  բազմությունների տարրերի թվերը, եթե

ա)  $A = \left\{\frac{4}{7}; -2; 0\right\}$ ,  $B = \{3; 5\}$ ,  $C = \{0; 1; 3\}$ ;  
բ)  $A = \{3; 2; -1\}$ ,  $B = \left\{\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}\right\}$ ,  $C = \left\{-1; \frac{1}{4}\right\}$ :

378. Գտեք  $x$  թիվը, եթե
- ա)  $\{x\} \cap \{1\} = \{x\}$   
բ)  $\{x, 1\} \cap \{2, -5, 0\} = \{2\}$   
գ)  $\{2x + 1\} \cap \left\{4; \frac{1}{3}; -2\right\} = \{-2\}$

379.  $A$  բազմությունն ունի 5 տարր,  $A \cup B$  բազմությունը՝ 12 տարր, իսկ  $A \cap B$  բազմությունը՝ 2 տարր: Քանի՞ տարր ունի  $B$  բազմությունը:

380. Եղբայրը և քույրը միասին լրացրին ամբողջ խաչքառը, որը պարունակում էր 60 հարց: Եղբայրը գտավ պատասխաններից 38-ը, իսկ երկուսով միասին գտան 12 պատասխան:  
ա) Քանի՞ պատասխան գտավ քույրը:

- բ) Քանի՞ պատասխան գտավ միայն քույրը:
- գ) Քանի՞ պատասխան գտավ միայն եղբայրը:

381. Գասարանի բոլոր 24 աշակերտները ցուցակագրվեցին լողի և շախմատի խմբակներում: Ընդ որում՝ նրանցից 18-ի ազգանունները կան լողի խմբակի ցուցակում, իսկ 15-ի ազգանունները՝ շախմատի խմբակի ցուցակում:

- ա) Քանի՞ աշակերտ ցուցակագրվեց և՛ լողի, և՛ շախմատի խմբակներում:
- բ) Քանի՞ աշակերտ ցուցակագրվեց միայն լողի խմբակում:
- գ) Քանի՞ աշակերտ ցուցակագրվեց միայն շախմատի խմբակում:

382. Գասարանի 31 աշակերտից 21-ը ցանկություն է հայտնել սովորել անգլերեն, 18-ը՝ գերմաներեն:

- ա) Քանի՞ աշակերտ է ցանկություն հայտնել սովորել և՛ անգլերեն, և՛ գերմաներեն:
- բ) Քանի՞ աշակերտ է ցանկանում սովորել միայն գերմաներեն:
- գ) Քանի՞ աշակերտ է ցանկանում սովորել միայն անգլերեն:

383. Գասարանի աշակերտներից 20-ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 10-ը՝ գերմաներեն, իսկ 3-ը՝ միայն ֆրանսերեն: Միաժամանակ անգլերեն և գերմաներեն սովորելու ցանկություն հայտնեցին 6-ը:

- ա) Քանի՞ աշակերտ կա դասարանում:
- բ) Քանի՞սը գիտի միայն անգլերեն:
- գ) Քանի՞սը գիտի միայն գերմաներեն:

384. Գասարանի աշակերտներից 25-ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 13-ը՝ գերմաներեն, 10-ը՝ ֆրանսերեն: Միաժամանակ անգլերեն և գերմաներեն ցանկացավ սովորել 7 աշակերտ, անգլերեն և ֆրանսերեն՝ 4 աշակերտ, իսկ միաժամանակ գերմաներեն և ֆրանսերեն ոչ մի աշակերտ չուզեց սովորել:

- ա) Քանի՞ աշակերտ կար դասարանում:
- բ) Քանի՞սը պետք է սովորի միայն անգլերեն:
- գ) Քանի՞սը պետք է սովորի միայն գերմաներեն:
- դ) Քանի՞սը պետք է սովորի միայն ֆրանսերեն:

385. Գասարանում կա 15 աշակերտ: Տեսուչի այն հարցին, թե քանի՞ աշակերտ է տիրապետում անգլերենին, ձեռք բարձրացրին 10 հոգի, իսկ այն հարցին, թե քանիսն են տիրապետում և՛ անգլերեն, և՛ ռուսերեն

լեզուներին, ձեռք բարձրացրին 8 հոգի: Հայտնի է նաև, որ երկու աշակերտ ընդհանրապես ձեռք չբարձրացրեց:

ա) Քանի՞ աշակերտ գիտի միայն անգլերեն:

բ) Քանի՞ աշակերտ գիտի ռուսերեն:

գ) Քանի՞ աշակերտ գիտի միայն ռուսերեն:

386. Դասարանի 32 աշակերտներից 20-ը ցանկություն հայտնեց սովորել անգլերեն, 15-ը՝ գերմաներեն, 12-ը՝ ֆրանսերեն, 7-ը՝ և անգլերեն և գերմաներեն, 6-ը՝ և՛ անգլերեն, և՛ ֆրանսերեն, 3-ը՝ գերմաներեն և՛ ֆրանսերեն:

ա) Քանի՞ աշակերտ է ցանկացել սովորել նշված երեք լեզուները միասին:

բ) Քանի՞սն են ցանկացել սովորել միայն անգլերեն:

գ) Քանի՞սն են ցանկացել սովորել միայն գերմաներեն:

դ) Քանի՞սն են ցանկացել սովորել միայն ֆրանսերեն:

387. Կոնֆերանսին մասնակցում է 200 գիտնական: Նրանց 85%-ը տիրապետում է անգլերենին, 80%-ը՝ ֆրանսերենին, ընդ որում՝ յուրաքանչյուր մասնակից այդ լեզուներից գոնե մեկին տիրապետում է: Մասնակիցներից քանի՞սն է միաժամանակ տիրապետում երկու լեզուներին:

388. Մի դասարանում աշակերտների 40%-ը գերազանցիկ է, ընդ որում՝ աղջիկների 50%-ն է գերազանցիկ, իսկ տղաների 25%-ը: Աշակերտների ո՞ր տոկոսն են տղաներ:

389. Մի դասարանի աշակերտների 85%-ը ուսումնասիրում է օտար լեզու և այդ դասարանի 75%-ը աղջիկներ են: Որոշել, թե աղջիկների ո՞ր տոկոսն է ուսումնասիրում օտար լեզու, եթե հայտնի է, որ բոլոր տղաներն այն ուսումնասիրում են:

390.  $* \in \{4, \Delta, 9\}$  գրառման մեջ  $*$  և  $\Delta$  նշանների փոխարեն թույլատրվում է գրել 3-ից փոքր ցանկացած թվանշան: Կստացվեն տարբեր պնդումներ՝  $0 \in \{4, 0, 9\}$ ,  $1 \in \{4, 2, 9\}$  և այլն:

ա) Քանի՞ պնդում կստացվի, որոնց մեջ առաջին տեղում գրված է 2 թվանշանը:

բ) Քանի՞ պնդում կստացվի, որոնց մեջ  $\Delta$ -ի փոխարեն գրված է դրական թվանշան:

գ) Ընդամենը քանի՞ պնդում կստացվի:

դ) Բոլոր պնդումների ո՞ր մասն են կազմում ստույգ պնդումները:

391. Գրականության դասին ուսուցիչը որոշեց պարզել, թե դասարանի 40 աշակերտներից ովքե՞ր են կարդացել A, B և C գրքերը: Հարցման արդյունքում պարզվեց, որ A գիրքը կարդացել է 25 աշակերտ, B գիրքը՝ 22 աշակերտ, C գիրքը՝ 22 աշակերտ, A և B գրքերից մեկը կարդացել է 33 աշակերտ, A և C գրքերից մեկը 32 աշակերտ, B և C գրքերից մեկը՝ 31 աշակերտ: Բոլոր երեք գրքերը կարդացել են 10 աշակերտ: Քանի՞ աշակերտ՝

- ա) միայն մեկ գիրք է կարդացել,
- բ) կարդացել է ճիշտ երկու գիրք,
- գ) նշված գրքերից ոչ մեկը չի կարդացել:]

## § 6. Առնչություններ փոփոխական մեծությունների միջև

### 6.1 Ուղիղ և հակադարձ համեմատականություններ

Դիցուք, գրքի մեկ օրինակն արժե 300 դրամ: Այդ դեպքում նույն գրքի երկու, երեք և այլ քանակով օրինակների արժեքը հեշտությամբ կարող ենք որոշել.

Գրքերի քանակը (հատ)	1	2	3	4	5	6
Գրքերի արժեքը (դրամ)	300	600	900	1200	1500	1800

Ինչպես տեսնում ենք, գրքերի քանակը մի քանի անգամ մեծացնելիս՝ նրանց գինը մեծանում է նույնքան անգամ:

**Երկու մեծություններ անվանում են ուղիղ համեմատական, եթե մեծություններից մեկը մի քանի անգամ մեծացնելիս մյուսը մեծանում է նույնքան անգամ:**

[Սահմանումից հետևում է, որ ուղիղ համեմատական կախման դեպքում մեծություններից մեկը մի քանի անգամ փոքրացնելիս մյուսը նույնքան անգամ կփոքրանա:]

Դիտարկված օրինակում գրքերի արժեքը ուղիղ համեմատական է նրանց քանակին:

*Բերենք մի այլ օրինակ:*

Հավասարաչափ շարժման դեպքում ժամանակն ու այդ ընթացքում անցած ճանապարհը ուղիղ համեմատական մեծություններ են: Եթե մեքենան

2 ժամում անցնում է 120 կմ, ապա 3 անգամ ավելի ժամանակում ( $3 \cdot 2$  ժամ = 6 ժամ) կանցնի 3 անգամ երկար ճանապարհ ( $3 \cdot 120$  կմ = 360 կմ):

Գիցուք, ունենք 1200 դրամ և ցանկանում ենք գնել այս կամ այն գրքի մի քանի օրինակ: 1200 դրամով գնված գրքերի քանակը՝ կախված մեկ գրքի արժեքից, կարելի է տալ հետևյալ աղյուսակով.

Գրքի 1 օրինակի արժեքը (դրամ)	100	200	300	400	600	1200
Գրքերի քանակը (հատ)	12	6	4	3	2	1

Այս համեմատականության դեպքում գրքի գինը մի քանի անգամ մեծացնելիս գրքերի այն քանակը, որ կարելի է գնել 1200 դրամով, նույնքան անգամ փոքրանում է:

**Երկու մեծություններ անվանում են հակադարձ համեմատական, եթե մեծություններից մեկը մի քանի անգամ մեծացնելիս մյուսը նույնքան անգամ փոքրանում է:**

Գիտարկված օրինակում գնված գրքերի քանակը հակադարձ համեմատական է մեկ գրքի արժեքին:

Հավասարաչափ շարժման արագությունն ու ժամանակը ճանապարհի մի տեղամասում հակադարձ համեմատական մեծություններ են: Եթե մեքենան 50 կմ/ժ արագությամբ մի ճանապարհահատված անցնում է 4 ժամում, ապա 25 կմ/ժ արագությամբ նույն ճանապարհահատվածը կանցնի 8 ժամում (քանի որ արագությունը փոքրացել է 2 անգամ, ուրեմն ժամանակը կմեծանա 2 անգամ):

**Խնդիր 1.** Շարժվելով հաստատուն արագությամբ (այսինքն՝ հավասարաչափ)՝ գնացքը 2 վայրկյանում անցավ 60 մետր: Ի՞նչ ճանապարհ կանցնի գնացքը 15 վայրկյանում:

**Լուծում:** Հաստատուն արագության դեպքում ճանապարհն ուղիղ համեմատական է շարժման ժամանակին: Համարելով, որ գնացքը 15 վ-ում անցել է  $x$  մ՝ խնդրի պայմանը հակիրճ կգրվի այսպես.

$$\begin{array}{cc} \downarrow 60 \text{ մ} & 2 \text{ վ} \\ \downarrow x \text{ մ} & 15 \text{ վ} \end{array}$$

Համուղղված սլաքներով ցույց է տրվում, որ մեծություններն ուղիղ համեմատական են: Ժամանակը մեծացել է  $\frac{15}{2}$  անգամ, իսկ ճանապարհը՝  $\frac{x}{60}$  անգամ:

Քանի որ մեծություններն ուղիղ համեմատական են, ապա  $\frac{15}{2}$  և  $\frac{x}{60}$  հարաբերությունները հավասար են.

$$\frac{x}{60} = \frac{15}{2}$$

Լուծելով ստացված համեմատությունը՝ կստանանք

$$x = \frac{15 \cdot \cancel{60}^{30}}{\cancel{2}^1}, x = 450:$$

**Պատասխան՝** 450 մ:

**Խնդիր 2:** 45 կմ/ժ արագություն ունեցող գնացքը մի ճանապարհահատված անցնելու համար ծախսեց 4 ժ: Ինչքա՞ն ժամանակ կծախսի ապրանքատար գնացքը նույն ճանապարհը 40 կմ/ժ արագությամբ անցնելու դեպքում:

**Լուծում:** Նույն ճանապարհի դեպքում արագությունը և շարժման ժամանակը հակադարձ համեմատական մեծություններ են: Համարելով, որ ապրանքատարն այդ ճանապարհն անցել է  $x$  ժամում՝ խնդրի պայմանը կարճ կգրվի՝

$$\begin{array}{cc} \downarrow 45 \text{ կմ/ժ} & 4 \text{ ժ} \uparrow \\ \downarrow 40 \text{ կմ/ժ} & x \text{ ժ} \uparrow \end{array}$$

Հակուղղված սլաքներով ցույց է տրվում, որ մեծությունները հակադարձ համեմատական են:

Արագությունը փոքրացել է  $\frac{45}{40}$  անգամ, իսկ շարժման ժամանակը մեծացել է  $\frac{x}{4}$  անգամ: Քանի որ մեծությունները հակադարձ համեմատական են, ապա  $\frac{45}{40}$  և  $\frac{x}{4}$  հարաբերությունները հավասար են.

$$\frac{45}{40} = \frac{x}{4}$$

Լուծելով ստացված համեմատությունը՝ կստանանք

$$x = \frac{45 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{40}^{10}}, x = 4\frac{1}{2}:$$

**Պատասխան՝**  $4\frac{1}{2}$  ժ:



400. Բալի մուրաբա եփելու համար 6 կգ մրգի հետ վերցնում են 4 կգ շաքարավազ: Քանի՞ կգ միրգ պետք է վերցնել 12 կգ շաքարավազի դեպքում:
401. ա) 100 գ լուծույթը պարունակում է 4 գ աղ: Որքա՞ն աղ է պարունակում 300 գ այդպիսի լուծույթը:  
բ) 4000 գ լուծույթը պարունակում է 80 գ աղ: Որքա՞ն աղ է պարունակում այդ լուծույթի 200 գրամը:
402. Երկու քաղաքների միջև եղած հեռավորությունն առաջին գնացքն անցավ 3 ժամում 80 կմ/ժ արագությամբ: Քանի՞ ժամում երկրորդ գնացքը կանցնի նույն հեռավորությունը 60 կմ/ժ արագությամբ:
403. 5 ներկարար կարող են ցանկապատը ներկել 8 օրում: Քանի՞ օրում նույն ցանկապատը կարող են ներկել.  
ա) 10 ներկարարը, բ) 1 ներկարարը, եթե բոլոր ներկարարները հավասարազոր աշխատողներ են:
404. 8 մ մահուդն արժե այնքան, որքան 63 մ չիթը: Քանի՞ մետր չիթ կարելի է գնել 14 մ մահուդի փոխարեն:
405. **Հին խնդիր:** Մի շոգ օր 6 հնձվորով 8 ժամում խմեցին մի տակառիկ թան: Պետք է իմանալ, թե քանի՞ հնձվորով 3 ժամում կխմեն նույն մեկ տակառիկ թանը:
406. **Հին խնդիր:** 8 արշին մահուդն արժե 30 ռուբլի: Ի՞նչ արժե 15 արշին մահուդը:
407. Ապրանքատար գնացքը 80 կմ/ժ արագությամբ անցավ 720 կմ: Նույն ժամանակամիջոցում ի՞նչ հեռավորություն կանցնի մարդատար գնացքը, որի արագությունը 60 կմ/ժ է:
408. ա) Բեռնատար մեքենան որոշ հեռավորություն 60 կմ/ժ արագությամբ անցավ 8 ժամում: Քանի՞ ժամում նույն հեռավորությունը կանցնի մարդատար ավտոմեքենան 80 կմ/ժ արագությամբ:  
բ) 4 հոգանոց բրիգադն առաջադրանքը կարող է կատարել 10 օրում: Քանի՞ օրում կկատարի նույն առաջադրանքը 5 հոգանոց մի այլ բրիգադ, եթե բոլոր 9 հոգին էլ հավասարապես լավ են աշխատում:



409. Մեկ կիլոգրամ մետաղի ջարդոնը կարող է փոխարինել  $2\frac{1}{2}$  կիլոգրամ երկաթով հարստացված հանքաքարին: Որքա՞ն հանքաքարի կփոխարինի 4 տոննա ջարդոնը:
410. ա) 60 կմ/ժ արագությամբ ընթացող ավտոմեքենայի վարորդը նկատեց, որ կամրջով անցումը տևեց 40 վ: Վերադառնալիս նա նույն կամուրջն անցավ 30 վ-ում: Ի՞նչ արագություն ուներ ավտոմեքենան վերադառնալիս:  
բ) 60 կմ/ժ արագությամբ ընթացող ավտոմեքենայի վարորդը նկատեց, որ թունելով անցումը տևեց 1 րոպե: Քանի՞ րոպեում նա կանցներ այդ թունելով 50 կմ/ժ արագությամբ:
411. Երկու ատամնանիվ շղթայակցված են: Առաջինը, որն ունի 60 ատամ, 1 րոպեում 50 պտույտ է կատարում: Բոպեում քանի՞ պտույտ է կատարում երկրորդ ատամնանիվը, եթե այն ունի 40 ատամ:
412. Այն ժամանակամիջոցում, երբ խառատը պատրաստում է 6 մանրակ, նրա աշակերտը պատրաստում է ընդամենը 4 մանրակ:  
ա) Քանի՞ մանրակ կպատրաստի աշակերտն այն ժամանակահատվածում, որի ընթացքում խառատը պատրաստում է 27 մանրակ:  
բ) Որքա՞ն ժամանակ կծախսի աշակերտն այն առաջադրանքի համար, որը խառատը կարող է կատարել 1 ժամում:
413. Միևնույն ժամանակում հետիոտնն անցավ 6 կմ, իսկ հեծանվորդը՝ 18 կմ:  
ա) Քանի՞ կմ կանցնի հեծանվորդն այն ժամանակամիջոցում, որի ընթացքում հետիոտնն անցնում է 10 կմ:  
բ) Որքա՞ն ժամանակ կծախսի հեծանվորդն այն ճանապարհն անցնելու համար, որը հետիոտնն անցնում է 2 ժամում:
414. 6 մարդ մի աշխատանք կատարում են 18 օրում: Քանի՞ օրում կկատարեն այդ աշխատանքը 9 մարդ, եթե բոլոր 15 -ը հավասարազոր աշխատողներ են:
415. ա) 6 ներկարար աշխատանքը կկատարեն 5 օրում: Նույն արտադրողականությունն ունեցող քանի՞ ներկարար ևս պետք է հրավիրել, որպեսզի բոլորով միասին այդ նույն աշխատանքը կատարեն 3 օրում:  
բ) Երկու աշխատող կարող էին առաջադրանքը կատարել 10 օրում: Քանի՞ նույնպիսի աշխատող ևս պետք է հրավիրել առաջադրանքը 4 օրում կատարելու համար:

416. **L. Փ. Մազնիցկիի «Թվաբանություն» գրքից:** Ոմն պարոն կանչեց ատաղձագործին և պատվիրեց տուն կառուցել: Տվեց նրան քսան աշխատող և հարցրեց, թե քանի օրում նրանք կկառուցեն իր տունը: Ատաղձագործը պատասխանեց՝ երեսուն օրում: Այնինչ՝ պարոնին անհրաժեշտ էր հինգ օրում կառուցել, և այդ պատճառով հարցրեց ատաղձագործին.

- Քանի՞ աշխատող է քեզ անհրաժեշտ, որ տունը կառուցես հինգ օրում:

Եվ ատաղձագործը շվարած հարցնում է քեզ, մաթեմատիկո՛ս, քանի՞ աշխատող է պետք իրեն, որ այդ տունը կառուցի հինգ օրում:

## 6.2 Ֆունկցիայի սահմանումը, պարզագույն օրինակներ

**Օրինակ 1.** Հայտնի է, որ խորանարդի ծավալը հավասար է նրա կողի խորանարդին: Այս պնդումն ընդհանուր բնույթ ունի, այն վերաբերում է ցանկացած խորանարդի: Գրենք այն ընդհանուր տեսքով՝ հավասարության միջոցով: Դիցուք,  $a$ -ն խորանարդի կողն է,  $V$ -ն՝ նրա ծավալը: Այդ դեպքում նշված երկրաչափական հատկությունը կարելի է գրառել այսպես՝

$$V = a^3 \quad (a > 0): \quad (1)$$

Փակագծերում գրված անհավասարությունը նշանակում է, որ նշված հատկությունը դիտարկվում է միայն  $a$ -ի դրական արժեքների համար, որովհետև խորանարդի կողը դրական թիվ է:

(1) հավասարությունը օգտագործում են որպես բանաձև, որի օգնությամբ հաշվվում է ցանկացած կոնկրետ խորանարդի ծավալը: Մենք տեսնում ենք, որ կողի  $a$  երկարության ցանկացած արժեքին, ըստ (1) բանաձևով տրվող օրենքի, համապատասխանում է ծավալի որոշակի  $V$  արժեք: Այս դեպքում ասում են, որ  $V$ -ն  $a$ -ից ֆունկցիա է, որոշված  $a$ -ի դրական արժեքների համար: Ընդունված է ասել նաև, որ  $V$ -ն  $a$ -ից ֆունկցիա է՝ որոշված  $a$  դրական թվերի բազմության վրա:

**Օրինակ 2.** Ֆիզիկայից հայտնի է, որ հաստատուն արագությամբ ուղղագիծ շարժման դեպքում, օրինակ՝ 80 կմ/ժ արագությամբ,  $t$  ժամում մարմնի անցած  $s$  կմ ճանապարհը հաշվվում է

$$s = 80t \quad (t \geq 0) \quad (2)$$

բանաձևով:

Այստեղ  $t$ -ի ցանկացած ոչ բացասական արժեքին (2) բանաձևով արտահայտվող օրենքով համապատասխանում է  $s$ -ի որոշակի արժեք: Դրա համար էլ այս դեպքում ևս ասում են, որ  $s$ -ը  $t$ -ից ֆունկցիա է, որոշված  $t$ -ի ոչ բացասական արժեքների համար կամ որոշված  $t$  ոչ բացասական թվերի բազմության վրա:



Ն. Ի. Լոբաչևսկի  
(1792-1856)



Պ. Դիրիխլե  
(1805-1859)

Բերենք *ֆունկցիայի* ընդհանուր սահմանումը:

*Դիցուք M-ը մի որևէ թվային բազմություն է: Եթե այդ բազմության յուրաքանչյուր x թվի որոշակի օրենքով համապատասխանության մեջ է դրված ճիշտ մեկ y թիվ, ապա ասում են, որ y-ը x-ից ֆունկցիա է՝ որոշված M բազմության վրա:*

*x-ը անվանում են անկախ փոփոխական կամ արգումենտ, իսկ y-ը՝ կախյալ փոփոխական կամ x-ից ֆունկցիա: M բազմությունը անվանում են ֆունկցիայի որոշման տիրույթ:*

Ֆունկցիայի այս սահմանումն առաջարկել են ռուս մաթեմատիկոս Ն. Ի. Լոբաչևսկին (1792-1856) և գերմանացի մաթեմատիկոս Պ. Դիրիխլեն (1805-1859):<sup>(1)</sup>

Ֆունկցիայի օրինակ կարող է ծառայել  $x$  և  $y$  փոփոխականների միջև  $y = 3x$  առնչությունը (կապը):

Այս օրինակում  $x$  փոփոխականից  $y$  փոփոխականի կախվածությունը կայանում է նրանում, որ ցանկացած  $x$  թվի համապատասխանության մեջ է դրվում  $3x$  թվին հավասար  $y$  թիվը: Ասում են նաև, որ փոփոխականների միջև այս կապը արտահայտող ֆունկցիան *տրված է  $y = 3x$  բանաձևով:*

Ահա բանաձևով տրվող ֆունկցիաների այլ օրինակներ՝

$$y = -2x, y = 3x - 4, y = x^2:$$

Նշված ֆունկցիաները որոշված են  $x$ -ի ցանկացած արժեքների համար կամ ինչպես ընդունված է ասել՝ բոլոր իրական թվերի բազմության վրա:

$x$  և  $y$  տառերը հաճախ փոխարինում են այլ տառերով: Օրինակ՝ քառակուսու  $S$  մակերեսը ֆունկցիա է նրա  $a$  կողմի երկարությունից: Այդ ֆունկցիան տրվում է

$$S = a^2 (a > 0)$$

բանաձևով և այն որոշված է բոլոր դրական թվերի բազմության վրա:

[<sup>(1)</sup> Ֆունկցիա անվանումն ավելի վաղ օգտագործվել է գերմանացի մաթեմատիկոս Գ. Լայբնիցի աշխատանքներում:]

Նշելու համար, որ  $y$ -ը  $x$ -ից ֆունկցիա է, գրում են՝

$$y = f(x),$$

որտեղ  $f$  տառը բնութագրում է այն կանոնը, ըստ որի ստացվում են տվյալ  $x$ -երին համապատասխանող  $y$ -ների արժեքները:

Երբեմն, ընդգծելու համար, որ  $y$ -ը կախված է  $x$ -ից,  $y$ -ի փոխարեն գրում են  $y(x)$ :

Տրված  $y(x)$  ֆունկցիայի համար  $x_0$  թվին համապատասխանող թիվն անվանում են այդ *ֆունկցիայի արժեք*  $x_0$  *կետում* և նշանակում  $y(x_0)$ : Եթե ֆունկցիան գրված է  $y = f(x)$  տեսքով, ապա այդ թիվը նշանակում են  $f(x_0)$ -ով:

Օրինակ՝  $y = 2x$  ֆունկցիայի համար գրում են

$$y(1) = 2 \cdot 1 = 2, y(2) = 2 \cdot 2 = 4, y(-3) = 2 \cdot (-3) = -6,$$

$$\text{կամ } f(1) = 2, f(2) = 4, f(-3) = -6:$$

Ընդ որում՝ ասում են, օրինակ, որ տրված ֆունկցիայի արժեքը 1 կետում հավասար է 2 կամ «իզրեկը 1-ից հավասար է 2» կամ «էֆ 1-ը հավասար է 2» և այլն:

Ֆունկցիան տալու համար պետք է նշել այն օրենքը (կանոնը, եղանակը), որի օգնությամբ  $x$  արգումենտի ցանկացած արժեքի համար կարելի է գտնել  $y$  ֆունկցիայի համապատասխան արժեքը:

*Ֆունկցիան կարող է արվել բանաձևով*: Վերը դիտարկվեցին այդպիսի օրինակներ:

*Ֆունկցիան կարող է արվել աղյուսակով*: Օրինակ՝ եթե օդի ջերմաստիճանը չափենք յուրաքանչյուր ժամը մեկ, ապա ժամանակի ցանկացած  $t = 0, 1, 2, \dots, 24$  պահին կհամապատասխանի որոշակի  $T$  թիվ: Այդ համապատասխանությունը կարելի է գրառել աղյուսակի տեսքով՝

$t$	0	1	2	3	...	14	...	24
$T$	16	16	15	15		25		17

Այսպիսով,  $T$ -ն  $t$ -ից ֆունկցիա է, որոշված 0-ից 24 բոլոր ամբողջ թվերի բազմության վրա և տրված է աղյուսակով:

Օրենքը, ըստ որի այդ բազմության յուրաքանչյուր  $t$ -ին համապատասխանում է  $T$ -ն, տվյալ դեպքում արտահայտվում է ոչ թե բանաձևով, այլ աղյուսակով:

*Ֆունկցիան կարող է արվել նաև դիագրամների և գրաֆիկի օգնությամբ*: Այդ մասին կխոսվի հաջորդ կետերում:



423. Հաշվեք  $y = 3x$  ֆունկցիայի արժեքները,  $x$ -ին տալով  $-2$ -ից  $2$  արժեքները՝  $0,5$  քայլով: Լուծումը ձևավորեք աղյուսակով:

424. Հաշվեք  $y = x^2$  ֆունկցիայի արժեքները,  $x$ -ին տալով  $-1$ -ից  $1$  արժեքները՝  $0,2$  քայլով: Լուծումը ձևավորեք աղյուսակով:

425. ա) Մարդը գնում է  $4$  կմ/ժ արագությամբ: Գրեք նրա անցած  $s$  ճանապարհը որպես  $t$  ժամանակի ֆունկցիա: Կազմեք աղյուսակ, որը ցույց է տալիս անցած ճանապարհը  $0$ -ից  $3$  ժամ ժամանակահատվածում յուրաքանչյուր  $20$  րոպեին մեկ:

բ) Գրեք քառակուսու  $S$  մակերեսը, որպես նրա  $a$  կողմի երկարության ֆունկցիա:

գ) Գրեք վիճակախաղի վաճառված տոմսերի  $s$  արժեքը որպես ֆունկցիա վաճառված տոմսերի  $k$  քանակից, եթե մեկ տոմսը արժե  $30$  դրամ:

դ) Պատրաստված դետալների  $d$  քանակությունը գրեք որպես  $t$  ժամանակի ֆունկցիա, եթե  $1$  ժամում պատրաստում են  $4$  դետալ:

426. Տրված է  $y = 2x - 5$  ֆունկցիան:  $x$  արգումենտի  $h^\circ$ նշ արժեքի դեպքում ֆունկցիայի արժեքը հավասար կլինի  $5, -3, 0, -5$ :

427. Ի՞նչ բանաձևով կարող է տրվել ֆունկցիան, եթե

ա)  $x$ -ի  $0, 1, 2, 3, 4, 5$  արժեքներին համապատասխանում են  $y$ -ի  $0, 5, 10, 15, 20, 25$  արժեքները:

բ)  $x$ -ի  $1, 2, 3, 4, 5, 6$  արժեքներին համապատասխանում են  $y$ -ի  $2,5; 5; 7,5; 10; 12,5; 15$  արժեքները:

428. Ֆունկցիան տրված է  $y = \frac{1}{x}$  բանաձևով:

ա) Հաշվեք  $y(1), y(2), y(5), y(0,5), y\left(\frac{1}{3}\right)$ -ը:

բ)  $x$ -ի վերը նշված արժեքների համար ֆունկցիան տվեք աղյուսակի տեսքով:

429. Ֆունկցիան տրված է աղյուսակով՝

$x$	1	2	3	4	5	6
ա) $y$	1	3	5	7	9	11

$x$	0	1	2	3	4	5
բ) $y$	-5	-4	-3	-2	-1	0

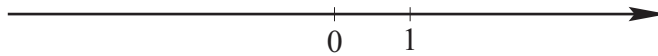
Ի՞նչ բանաձևով կարելի է տալ այդ ֆունկցիան:

### 6.3 Կոորդինատային հարթություն

Վերցնենք մի ուղիղ, որի վրա ընտրված է ուղղություն, որն անվանում են դրական ուղղություն, և ընտրված է մի  $O$  կետ, որն անվանում են **սկզբնակետ** կամ **հաշվարկման սկիզբ**: Ընտրենք նաև հատված, որի երկարությունը կընդունենք որպես միավոր՝ **միավոր հատված**:

**Ուղիղը, որի վրա ընտրված է սկզբնակետ, դրական ուղղություն և միավոր հատված, կոչվում է կոորդինատային առանցք:**

Նկար 10-ում կոորդինատային ուղիղը նկարված է հորիզոնական՝  $O$  սկզբնակետից դեպի աջ գնացող դրական ուղղությամբ: Ընդհանրապես, կոորդինատային առանցքը կարող է ուղղված լինել ուղղաձիգ կամ մեկ այլ ուղղությամբ, և դրական ուղղությունն էլ կարող է ընտրված լինել այնպես, ինչպես դա հարմար կթվա:



Նկ. 10

Կոորդինատային առանցքն  $O$  սկզբնակետով բաժանվում է երկու ճառագայթների:  $O$  կետից դրական ուղղությամբ գնացողը կոչվում է դրական կիսաառանցք (ճառագայթ), մյուսը՝ բացասական:

Կոորդինատային առանցքի յուրաքանչյուր կետի համապատասխանության մեջ դնենք  $x$  **իրական թիվ**՝ հետևյալ կանոնով:

$O$  սկզբնակետին համապատասխանեցնենք զրո թիվը: Գրական ճառագայթի  $A$  կետին համապատասխանեցնենք այն  $x$  թիվը, որը հավասար է  $OA$  հատվածի երկարությանը՝  $x = OA$ : Բացասական ճառագայթի վրա գտնվող  $A$  կետին համապատասխանեցնենք այն  $x$  բացասական թիվը, որը հավասար է  $OA$  հատվածի երկարությանը՝ վերցրած « $-$ » նշանով՝  $x = -OA$ :

Այս ձևով որոշված կոորդինատային առանցքն անվանում են  $x$ -երի կոորդինատային առանցք, կամ կարճ՝  $x$ -երի առանցք:

Կոորդինատային առանցքի կամայական  $A$  կետին նշված կանոնով համապատասխանեցրած թիվն անվանում են այդ  $A$  կետի **կոորդինատ**: Գրում են՝  $A(x)$ :  $x$  տառը կարող է փոխարինվել ցանկացած ուրիշ տառով, օրինակ՝  $y, z, t, \dots$ , տառերից յուրաքանչյուրով, և այդ ժամանակ կխոսվի  $y$ -ների,  $z$ -երի և այլ առանցքների մասին:

Նկարագրված կանոնի համաձայն՝

1.  $x$ -երի առանցքի յուրաքանչյուր կետի համապատասխանում է իրական թիվ՝ այդ կետի կոորդինատը:
2.  $x$ -երի առանցքի  $A$  և  $B$  տարբեր կետերն ունեն  $x_1$  և  $x_2$  տարբեր կոորդինատներ:

3. Յուրաքանչյուր իրական թիվ  $x$ -երի առանցքի ինչ-որ կետի կոորդինատ է:

Այլ կերպ ասած՝  $x$ -երի առանցքի կետերի և իրական թվերի միջև փոխմիարժեք համապատասխանություն է ստեղծված:

Կարճության համար  $x$  կոորդինատ ունեցող կետն անվանում են  $x$  կետ:

**Գիտողություն.** Ավելի վաղ մենք ներմուծել էինք կոորդինատային առանցքի գաղափարը: Սակայն, դիտարկել էինք միայն ռացիոնալ կետերը, այսինքն՝ ռացիոնալ կոորդինատ ունեցող կետերը, և առանցքն այնտեղ «ծակոտկեն» էր՝ առանց իռացիոնալ կետերի: Սակայն կոորդինատային առանցքի կամայական կետի  $x$  կոորդինատը, ընդհանրապես ասած, իրական թիվ է, այսինքն՝ այն կարող է լինել ռացիոնալ կամ իռացիոնալ: Այժմ կոորդինատային ուղիղը դադարել է «ծակոտկեն» լինելուց՝ նրա յուրաքանչյուր կետի իրական թիվ է համապատասխանում:

Հարթության վրա վերցնենք երկու կոորդինատային առանցքներ՝ ասենք  $x$ -երի և  $y$ -ների, և այդ առանցքները միմյանց նկատմամբ տեղադրենք ուղիղ անկյան տակ այնպես, որ նրանց հատման  $O$  կետը լինի յուրաքանչյուրի սկզբնակետը: Առանցքների միավոր հատվածները վերցնենք միմյանց հավասար:



Ռենե Դեկարտ  
(1596-1650)

Ասում են, որ դրանով հարթության վրա որոշվում է  $xOy$  **ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգ**: Այն անվանում են նաև **դեկարտյան կոորդինատային համակարգ**՝ ի պատիվ ֆրանսիացի մաթեմատիկոս և փիլիսոփա Ռենե Դեկարտի (1596-1650), որն առաջինն է լայնորեն օգտագործել այդ կարևոր հասկացությունը:

$x$ -երի առանցքը անվանում են **աբսցիսների առանցք**, իսկ  $y$ -ների առանցքը՝ **օրդինատների առանցք**:  $O$  կետն անվանում են **կոորդինատային համակարգի սկզբնակետ**: Հարթությունը, որի վրա տրված է դեկարտյան կոորդինատային համակարգը անվանում են **կոորդինատային հարթություն**:

Սովորաբար, աբսցիսների ( $x$ -երի) առանցքը նկարում են հորիզոնական՝ դեպի աջ ուղղված դրական ուղղությունով, իսկ օրդինատներիինը՝ ուղղաձիգ՝ դեպի վեր ուղղված դրական ուղղությունով (նկ. 11):

$x$  և  $y$  տառերը երբեմն փոխարինում են այլ տառերով՝  $z, t, s, u \dots$

Վերցնենք կոորդինատային հարթության կամայական  $A$  կետ: Ենթադրենք այդ կետից աբսցիսների և օրդինատների առանցքներին ուղղահայաց տարված ուղիղները հատում են այդ առանցքները համապատասխանաբար  $A_1(x)$  և  $A_2(y)$  կետերում (նկ. 12):  $A_1$  կետի  $x$  կոորդինատը անվանում են  **$A$  կետի**

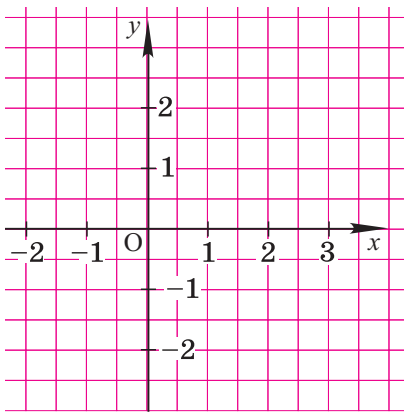


**աբսցիս**, իսկ  $A_2$  կետի  $y$  կոորդինատը՝  **$A$  կետի օրդինատ**:  $A$  կետի  $x$  աբսցիսն ու  $y$  օրդինատն անվանում են  **$A$  կետի կոորդինատներ**. գրում են  $A(x; y)$ , ընդ որում՝ առաջին տեղում գրվում է աբսցիսը, իսկ երկրորդ տեղում՝ օրդինատը:

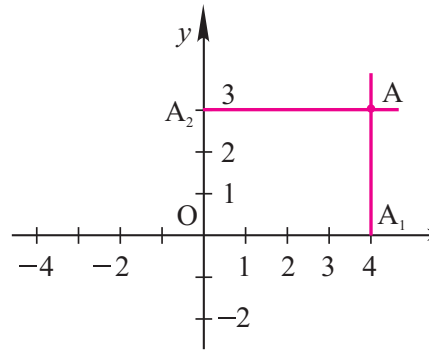
Օրինակ՝ նկար 12-ում պատկերված  $A$  կետն ունի  $x = 4$  աբսցիսն ու  $y = 3$  օրդինատը, դրա համար էլ գրում են  $A(4; 3)$ :

$xOy$  ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգը հարթությունը տրոհում է չորս անկյունների, որոնք կոչվում են **կոորդինատային անկյուններ** կամ **կոորդինատային քառորդներ**: Դրանք նշանակվում են հռոմեական թվանշաններով՝ I, II, III, IV (նկար 13):

Եթե բացառենք կոորդինատային առանցքների վրա գտնվող կետերը, ապա կարելի է ասել, որ քառորդների  $(x; y)$  կետերը որոշվում են հետևյալ պայմաններով.



Նկ. 11

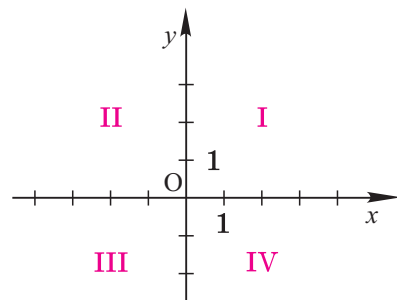


Նկ. 12

- ա) I քառորդ,  $x > 0, y > 0$
- բ) II քառորդ,  $x < 0, y > 0$
- գ) III քառորդ,  $x < 0, y < 0$
- դ) IV քառորդ,  $x > 0, y < 0$ :

Հեշտ է տեսնել, որ կոորդինատային հարթության կետի աբսցիսը զրո է այն և միայն այն դեպքում, երբ կետը գտնվում է  $y$ -նեքի առանցքի վրա: Նման ձևով՝ կետի օրդինատը զրո է այն և միայն այն դեպքում, երբ կետը գտնվում է  $x$ -երի առանցքի վրա:

Օրինակ՝ նկար 12-ում  $A_2$  կետը գտնվում է  $y$ -ների առանցքի վրա և ունի  $x = 0$  աբսցիս,  $A_1$  կետը  $x$ -երի առանցքի վրա է և ունի  $y = 0$  օրդինատ, իսկ  $O$  կետը երկու առանցքի վրա էլ գտնվում է և ունի  $x = 0$  աբսցիս և  $y = 0$  օրդինատ՝  $O(0; 0)$ :



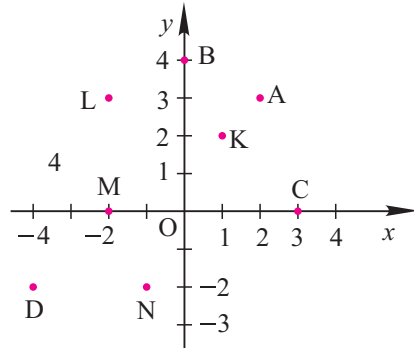
Նկ. 13



434. Կոորդինատային առանցքը նախ տեղադրեք հորիզոնական, ապա ուղղահիգ ուղղությամբ: Յուրաքանչյուր դեպքում նրա վրա նշեք հետևյալ կետերը.

ա) 2, 3, 4, 5

բ) -1, -2, -3, -4:



Նկ. 14

435. Նկար 14-ում պատկերված են  $A(2; 3)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(3; 0)$ ,  $D(-4; -2)$  կետերը: Նշեք յուրաքանչյուր կետի արքսիսն ու օրդինատը: Գրեք M, N, K, L կետերի կոորդինատները: Ո՞ր կոորդինատային անկյուններում են գտնվում A, D, L, K կետերը:

436. Ի՞նչ հատկությամբ են օժտված տրված քառորդի կետերը.

ա) I,

բ) II,

գ) III,

դ) IV:

437. Կոորդինատային ո՞ր անկյուններում են գտնվում դրական արքսիս ունեցող կետերը:

438. Կոորդինատային ո՞ր անկյուններում են գտնվում դրական օրդինատ ունեցող կետերը:

439. Ինչպե՞ս պետք է հասկանալ «կոորդինատային հարթության կետերի և իրական թվերի կարգավորված զույգերի միջև ստեղծված է փոխմիարժեք համապատասխանություն» պնդումը:

440. Կոորդինատային համակարգում կառուցեք  $(2; 1)$ ,  $(2; 5)$ ,  $(6; 5)$ ,  $(5; 4)$ ,  $(6; 3)$ ,  $(2; 3)$  կետերը: Հատվածներով միացրեք առաջին կետը երկրորդի հետ, երկրորդը՝ երրորդի, երրորդը՝ չորրորդի և այլն: Ի՞նչ պատկեր ստացվեց:

441. Կոորդինատային համակարգի տրված կետերը միացնելով ինչպես նախորդ խնդրում՝ կառուցեք համապատասխան պատկերը.

ա)  $(0; 4)$ ,  $(-2; 2)$ ,  $(3; 2)$ ,  $(-3; 2)$ ,  $(2; -2)$ ,  $(0; 4)$

բ)  $(2; 3)$ ,  $(-2; 3)$ ,  $(-2; 5)$ ,  $(3; 5)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(2; 3)$ ,  $(2; -5)$ ,  $(0; -5)$ ,  $(0; 3)$

գ)  $(0; -4)$ ,  $(0; 0)$ ,  $(3; 3)$ ,  $(6; 0)$ ,  $(6; -4)$ ,  $(0; -4)$ ,  $(6; 0)$ ,  $(0; 0)$ ,  $(6; -4)$ :

442. Հետևյալ կետերով կառուցեք կենդանու պատկեր.

$(4; -3)$ ,  $(2; -3)$ ,  $(2; -2)$ ,  $(4; -2)$ ,  $(4; -1)$ ,  $(3; 1)$ ,  $(2; 1)$ ,  $(1; 2)$ ,  $(0; 0)$ ,

$(-3; 2), (-4; 5), (0; 8), (2; 7), (6; 7), (8; 8), (10; 6), (10; 2), (7; 0), (6; 2), (6; -2), (5; -3), (4; -3), (4; -5), (3; -9), (0; -8), (1; -5), (1; -4), (0; -4), (0; -9), (-3; -9), (-3; -3), (-7; -3), (-7; -7), (-8; -7), (-8; -8), (-11; -8), (-10; -4), (-11; -1), (-14; -3), (-12; -1), (-11; 2), (-8; 4), (-4; 5)$ :  
Առանձին կառուցեք  $(2; 4)$  և  $(6; 4)$  կետերը՝ դրանք կենդանու աչքերն են:

443. Տրված են  $A(-3; 4), B(2; -1), C(-2; 0), D(4; 3)$  կետերը: Գտեք  $AB$  և  $CD$  հատվածների հատման կետի կոորդինատները:
444. Տրված են  $A(-1; 1), B(1; 2), C(-3; 0), D(2; 1)$  կետերը: Գտեք  $AB$  և  $CD$  ուղիղների հատման կետի կոորդինատները:

## 6.4 Սյունակային դիագրամներ և գրաֆիկներ

Տարբեր մեծությունների միջև առկա համեմատականությունների ուսումնասիրման համար հաճախ օգտագործվում են սյունակային դիագրամները: Նրանց միջոցով մեծությունների համեմատությունն ավելի ակնառու է դառնում:

Դիցուք, 7-րդ դասարանում մաթեմատիկայի ստուգողական աշխատանքների կատարման արդյունքներն ամփոփված են հետևյալ աղյուսակով:

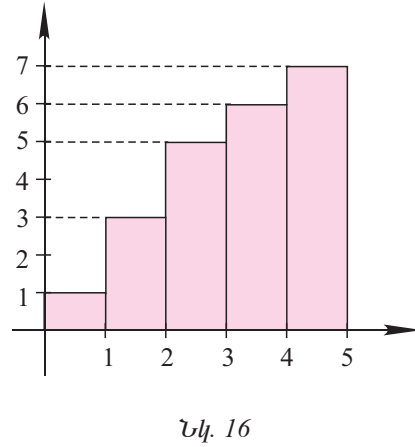
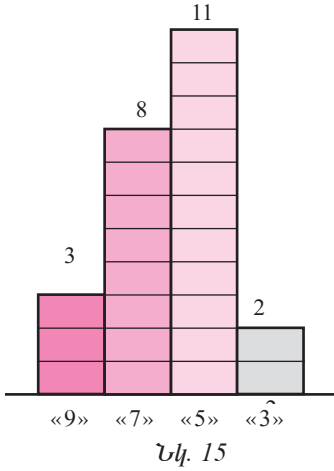
Գնահատականը	«9»	«7»	«5»	«3»
Աշակերտների քանակը	3	8	11	2

«9» ստացած, «7» ստացած, «5» ստացած, «3» ստացած աշակերտների քանակները պատկերենք համապատասխանաբար 3, 8, 11, 2 միավոր բարձրություններ ունեցող սյունակներով (նկ. 15): Կատանաք ստուգողական աշխատանքների արդյունքները լուսաբանող դիագրամ:

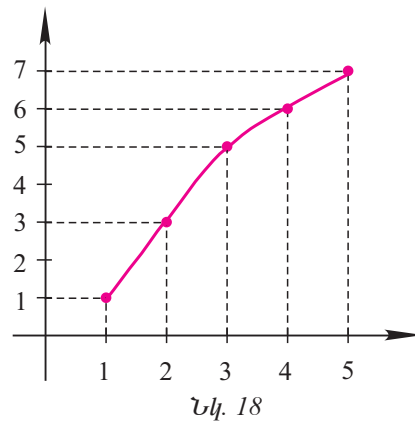
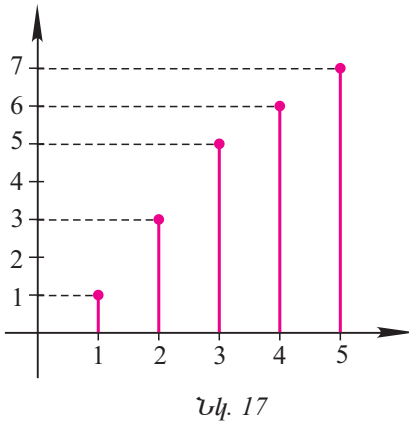
Դիագրամի միջոցով կարելի է ակնառու ձևով ցուցադրել մի մեծության փոփոխությունը՝ կախված մյուս մեծության փոփոխությունից:

Ենթադրենք մի ծաղկաբույսի բարձրության չափման արդյունքները (յուրաքանչյուր շաբաթվա վերջում) տրվում են հետևյալ աղյուսակով.

Ժամանակը, շաբաթներով	1	2	3	4	5
Ծաղկաբույսի բարձրությունը, սմ-ով	1	3	5	6	7



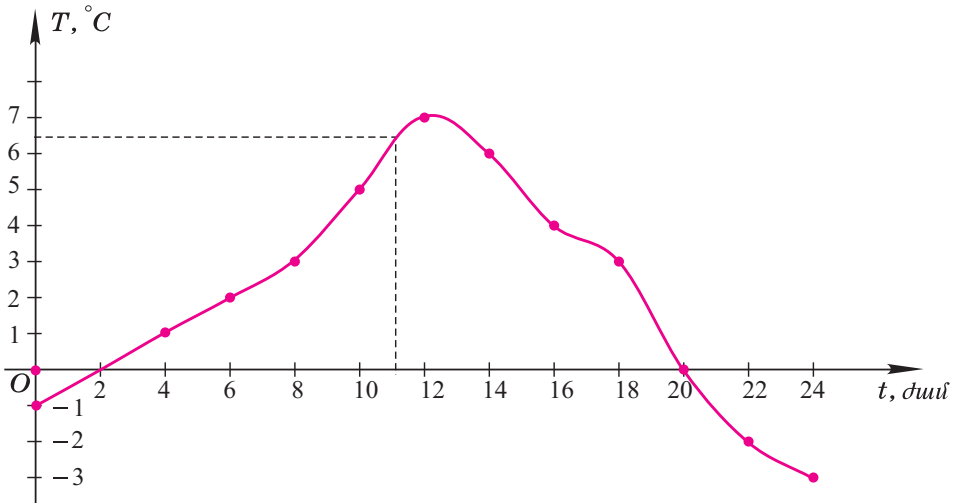
Ծաղկաբույսի բարձրության փոփոխությունը ցուցադրված է սյունակային դիագրամով (նկ. 16): Սյունակները կարելի է փոխարինել հատվածներով (նկ. 17): Եթե ծաղկաբույսի բարձրության չափումներն ավելի հաճախ կատարվեին, ապա կորորդինատային հարթությունում կառուցած կետերը (հատվածների վերին ծայրակետերը) բավականաչափ շատ կլինեին և գրեթե կվերածվեին կորի՝ ծաղկաբույսի աճի գրաֆիկին (նկ. 18):



Հաջորդ աղյուսակում ցույց է տրված օդի ջերմաստիճանի փոփոխությունը մեկ օրվա ընթացքում:

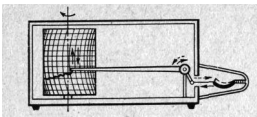
Ժամանակը ( $t$ ), ժամերով	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Ջերմաստիճանը ( $T$ ), °C	-1	0	1	2	3	5	7	6	4	3	0	-2	-3

$t$  Օ  $T$  կորրդինատային համակարգում նշանակված են ( $t$ ;  $T$ ) կետերը, ապա նրանք միացված են: Ստացվել է չընդհատվող (անընդհատ) գիծ՝ օրվա ընթացքում օդի ջերմաստիճանի փոփոխության **գրաֆիկը** (նկ. 19):



Նկ. 19

Այդ գրաֆիկից օգտվելով՝ կարելի է օրվա ցանկացած  $t$  պահին որոշել ջերմաստիճանի մոտավոր արժեքը: Օրինակ՝  $t = 11$  դեպքում դա անելու համար բավական է  $t$ -երի առանցքի  $t = 11$  կետում այդ առանցքին տանել ուղղահայաց մինչև գրաֆիկի հետ հատվելը և հաշվել գրաֆիկի այդ կետին համապատասխանող  $T$  արժեքը: Կստանանք  $T \approx 6,5^{\circ}\text{C}$ :



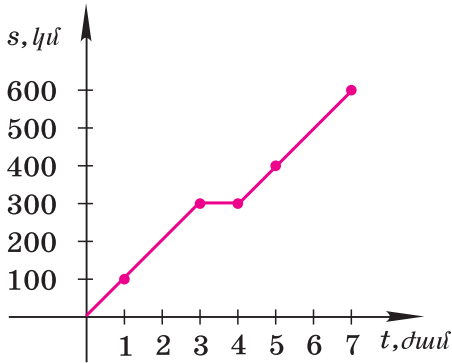
Թերմոգրաֆ

Ջերմաստիճանի փոփոխության գրաֆիկը ստանալու համար օդերևութաբանական կայաններում հաճախ օգտվում են մի սարքից, որը կոչվում է թերմոգրաֆ: Թերմոգրաֆը բաղկացած է ժամացույցի մեխանիզմի միջոցով իր առանցքի շուրջը պտտվող թմբկազլանից, կորացված տուփից (ջերմաստիճանի փոփոխության նկատմամբ զգայուն) և գրող մեխանիզմից: Ջերմաստիճանի բարձրացման դեպքում տուփը ուղղվում է, իսկ նրան ամրացված գրիչը բարձրանում է վերև: Ջերմաստիճանն իջնելիս գրիչն իջնում է: Արդյունքում թղթե շարժվող ժապավենի վրա գրիչը գծագրում է չընդհատվող գիծ՝ օդի ջերմաստիճանի փոփոխության գրաֆիկը՝ կախված ժամանակից:

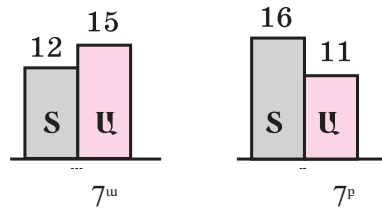
Դիտարկենք ևս մի օրինակ: Գնացքը ժամը զրոյին շարժվեց  $A$  կետից: Նրա շարժման մասին տվյալները բերված են հետևյալ աղյուսակում:

Ժամանակը ( $t$ ), ժամերով	0	1	2	3	4	5	6	7
Գնացքի հեռավորությունը $A$ կետից ( $s$ ), կմ-երով	0	100	200	300	300	400	500	600

Համարենք, որ  $t$  Օ  $s$  կոորդինատային հարթությունում երկարության միավորը  $t$ -երի առանցքի վրա համապատասխանում է 1 ժամին, իսկ  $s$ -երի առանցքի վրա՝ 100 կմ-ին (նկ. 20):  $t$  Օ  $s$  համակարգում կառուցենք  $t = 1, 2, \dots, 7$  արժեքներին համապատասխանող  $(t; s)$  կետերը և միացնենք դրանք հատվածներով: Ստացված բեկյալը (հատվածներից բաղկացած գիծ) գնացքի շարժման գրաֆիկն է: Նրա միջոցով կարելի է մոտավորապես որոշել, թե որտեղ էր գտնվում գնացքը ժամանակի տարբեր պահերին.  $t = 0,5$  ժ,  $1,5$  ժ,  $2,5$  ժ,  $3,5$  ժ,  $4,5$  ժ և այլն:



Նկ. 20

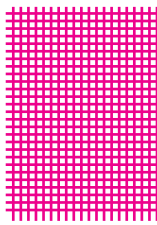


Նկ. 21

Այսպես,  $t = 0,5$  ժ պահին գնացքը գտնվել է A կետից 50 կմ հեռավորության վրա, որովհետև գրաֆիկի այն կետը, որի արսցիսը  $t = 0,5$  է, ունի  $s = 50$  օրդինատը:

Բանաձևով տրված ցանկացած ֆունկցիա դեկարտյան կոորդինատային համակարգում ունի իր գրաֆիկը, որը սահմանվում է հետևյալ կերպ՝  $y = f(x)$  ֆունկցիայի գրաֆիկ անվանում են  $xOy$  կոորդինատային հարթության  $(x; f(x))$  կոորդինատներով կետերի բազմությունը, որտեղ  $x$ -ը ֆունկցիայի որոշման տիրույթի ցանկացած կետ է:

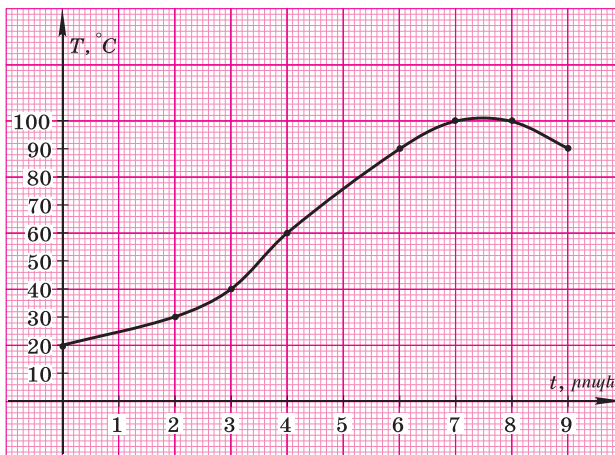
445. Օգտվելով նկար 21-ի սյունակային դիագրամից՝ որոշեք.
- քանի՞ աղջիկ և քանի՞ տղա կա  $7^u$  դասարանում,
  - քանի՞ աղջիկ և քանի՞ տղա կա  $7^p$  դասարանում,
  - քանի՞ տղա կա այդ երկու դասարաններում,
  - քանի՞ աղջիկ կա այդ երկու դասարաններում,
  - ընդամենը քանի՞ աշակերտ կա այդ երկու դասարաններում:



446. Աղյուսակում բերված են մաթեմատիկայից ստուգողական աշխատանքների կատարման արդյունքները: Կառուցեք այդ արդյունքներն արտացոլող սյունակային դիագրամ:

Գնահատականը	«9»	«8»	«5»	«3»
Աշակերտների քանակը	4	10	12	2

447. Նկար 22-ում պատկերված է թեյամանում ջրի  $T$  ջերմաստիճանի (ըստ Ցելսիուսի սանդղակի) փոփոխության գրաֆիկը՝ կախված հոսանքի միացման պահից անցած  $t$  ժամանակից: Ինչքա՞ն է եղել ջրի ջերմաստիճանը հոսանքի աղբյուրին միացնելուց 3 րոպե, 5 րոպե, 7 րոպե հետո: Ո՞ր պահին են թեյնիկն անջատել: Քանի՞ րոպե է այն եռացել:

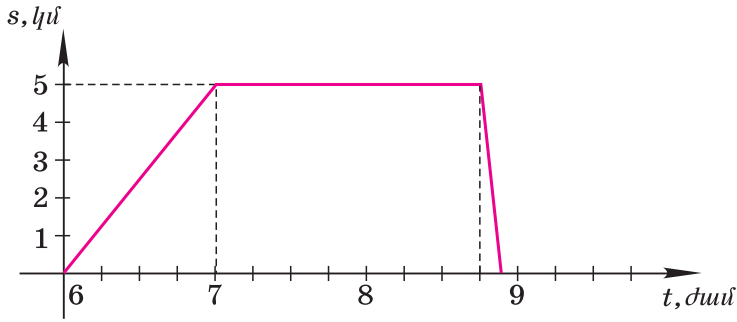


Նկ. 22

448. Առավոտյան ժամը 6-ին հայր և որդի ավանից ոտքով գնացին 5 կմ հեռավորության վրա գտնվող լիճը՝ ձկնորսության: Որսից հետո նրանք ավան վերադարձան մեքենայով: Նկար 23-ում պատկերված է նրանց շարժման գրաֆիկը: Գրաֆիկի օգնությամբ որոշե՛ք.

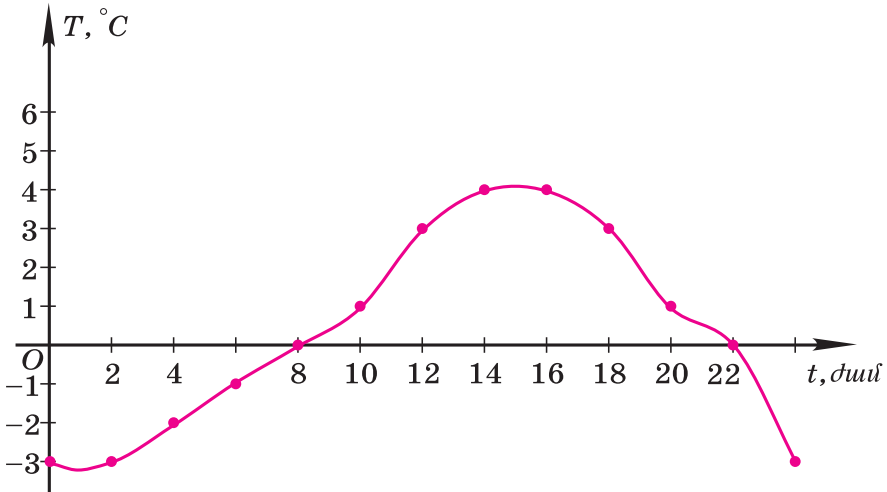
- ա) Ժամը քանիսի՞ն ձկնորսները հասան լիճ:
- բ) Ի՞նչ էին անում նրանք ժամը 7 -ից մինչև 8 -անց 45 րոպեին:
- գ) Որքա՞ն ժամանակ տևեց վերադառնալը:
- դ) Ի՞նչ արագությամբ էին նրանք քայլում ոտքով:
- ե) Ի՞նչ արագությամբ էր ընթանում մեքենան:





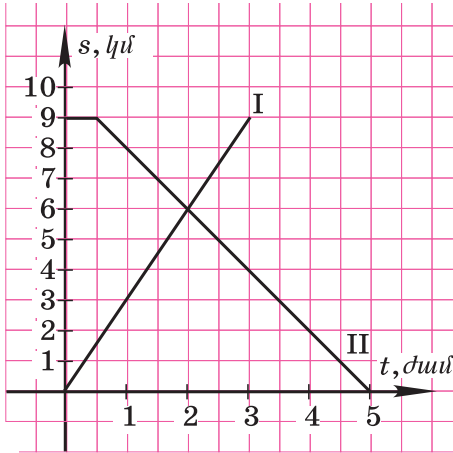
Նկ. 23

449. Նկար 24-ում բերված է օդի ջերմաստիճանի փոփոխության գրաֆիկն օրվա ընթացքում: Չափումները կատարվել են 2 ժամը մեկ:
- ա) Ի՞նչ ջերմաստիճան է եղել ժամը 4-ին, 8-ին, 12-ին, 21-ին, 23-ին:
- բ) Ո՞ր ժամերին է ջերմաստիճանը  $0^\circ$ -ից բարձր եղել:
- գ) Ո՞ր ժամերին է ջերմաստիճանը  $0^\circ$ -ից ցածր եղել:



Նկ. 24

450. Նկար 25-ում պատկերված է A և B կետերից միմյանց հանդեպ դուրս եկած երկու հետիոտների շարժման գրաֆիկը:
- ա) Առաջին հետիոտնի A-ից դուրս գալուց քանի՞ ժամ հետո է երկրորդ հետիոտնը դուրս եկել B-ից:
- բ) Առաջինի շարժվելուց քանի՞ ժամ հետո են նրանք հանդիպել:
- գ) Ի՞նչ արագությամբ էր շարժվում առաջին հետիոտնը:



Նկ. 25

## 6.5 Ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան և նրա գրաֆիկը

$$y = kx \quad (1)$$

տեսքի ֆունկցիան, որտեղ  $k$ -ն զրոյից տարբեր տրված թիվ է, անվանում են ուղիղ համեմատական կախում: Այս **ֆունկցիան որոշված է բոլոր  $x$  իրական թվերի համար, այսինքն  $y = kx$  ֆունկցիայի որոշման տիրույթը բոլոր իրական թվերի  $\mathbb{R}$  բազմությունն է:**

«Ուղիղ համեմատական կախում» անվանումը կապված է այն փաստի հետ, որ ցանկացած երկու  $x_1$  և  $x_2$  զրոյից տարբեր թվեր համեմատական են

$$y_1 = kx_1 \text{ և } y_2 = kx_2$$

թվերին, որտեղ  $k \neq 0$  համեմատականության գործակիցն է:

Իրոք, քանի որ

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{kx_1}{x_1} = k \text{ և } \frac{y_2}{x_2} = \frac{kx_2}{x_2} = k, \text{ ապա } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}:$$

Եթե ֆունկցիան տրված է (1) բանաձևով, ապա ասում են նաև, որ  $y$  փոփոխականը համեմատական է  $x$  փոփոխականին՝  $k$  **համեմատականության գործակցով:**

Օրինակ՝  $s = 80t$  ֆունկցիան ուղիղ համեմատական կախում է: Մարմնի հավասարաչափ շարժման դեպքում նրա անցած ճանապարհը ( $s$ -ը) ուղիղ համեմատական է ( $t$ ) ժամանակին նրա արագությանը (80) հավասար համեմատականության գործակցով:

$y = 5x$ ,  $y = x$ ,  $y = -0,2x$  ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրը ուղիղ համեմատական կախում է համապատասխանաբար 5, 1 և  $-0,2$  համեմատականության գործակիցներով:

Հարթության վրա ընտրենք  $xOy$  ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգը և կառուցենք, օրինակ,  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Այս ֆունկցիան որոշված է բոլոր  $x$  իրական թվերի համար, ընդ որում՝ յուրաքանչյուր  $x$  թվի համապատասխանում է  $2x$ -ի հավասար  $y$  թիվը: Հետևաբար՝  $x$ -ի յուրաքանչյուր արժեքի համապատասխանում է կոորդինատային հարթության  $A(x; y)$  կետը, որտեղ  $y = 2x$ , այսինքն՝  $x$ -ի յուրաքանչյուր արժեքի համապատասխանում է կոորդինատային հարթության  $x$  արագիս և  $2x$  օրդինատ ունեցող  $A(x; 2x)$  կետը:

$y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը  $xOy$  կոորդինատային հարթության  $(x; 2x)$  կոորդինատներով կետերի բազմությունն է, որտեղ  $x$ -ը ցանկացած իրական թիվ է:

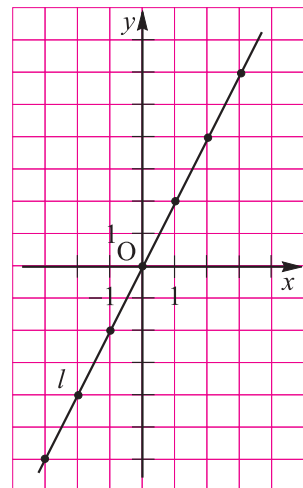
Ստորև բերված է  $x$ -ի որոշ արժեքների, դրանց համապատասխանող  $y$ -ի արժեքների ( $y = 2x$ ) և  $(x; 2x)$  կետերի աղյուսակ:

$x$	$y = 2x$	$(x; y)$
0	$2 \cdot 0 = 0$	(0; 0)
1	$2 \cdot 1 = 2$	(1; 2)
-1	$2 \cdot (-1) = -2$	(-1; -2)
2	$2 \cdot 2 = 4$	(2; 4)
-2	$2 \cdot (-2) = -4$	(-2; -4)
3	$2 \cdot 3 = 6$	(3; 6)
-3	$2 \cdot (-3) = -6$	(-3; -6)

Ստացված կետերը նշված են նկար 26-ում: Քանոնը դնելով այդ կետերի վրա՝ մենք տեսնում ենք, որ դրանք գտնվում են մի ( $l$ ) ուղղի վրա, որն անցնում է կոորդինատների սկզբնակետով և (1; 2) կետով:

Հարց է ծագում. եթե մենք  $x$ -ին տանք այլ արժեքներ, ապա համապատասխան կետերը նույնպե՞ս կգտնվեն ( $l$ ) ուղղի վրա: Պարզվում է, որ դա իրոք այդպես է:<sup>(1)</sup>

Գիտարկենք այժմ  $y = kx$  ֆունկցիան, որտեղ  $k$ -ն տրված թիվ է:  $y = kx$  **ֆունկցիայի գրաֆիկը**  $xOy$  հարթության  $(x; kx)$  կոորդինատներով կետերի բազմությունն է, որտեղ  $x$ -ը ցանկացած իրական թիվ է:



Նկ. 26

(1) այս պնդումը կապացուցվի 8-րդ դասարանի հանրահաշվի դասընթացում:

Այնպես, ինչպես  $y = 2x$  ֆունկցիայի դեպքում էր, կարելի է ապացուցել, որ ցանկացած  $k$ -ի համար  $y = kx$  **ֆունկցիայի գրաֆիկը կորորդինատների սկզբնակետով և  $(1; k)$  կետով անցնող ուղիղ է:**

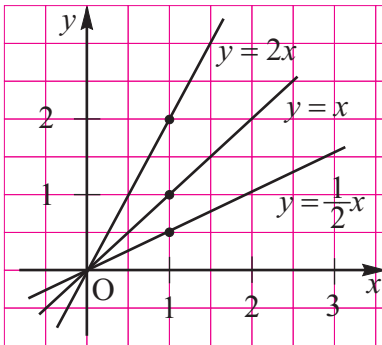
Դրական  $k$ -ի համար  $(1; k)$  կետը գտնվում է I քառորդում, իսկ բացասական  $k$ -ի դեպքում՝ IV-րդ քառորդում:

Նշենք, որ արագիսների առանցքի ցանկացած կետի օրդինատը 0 է, ուստի  $y = 0$  **ֆունկցիայի գրաֆիկը արագիսների առանցքն է:**

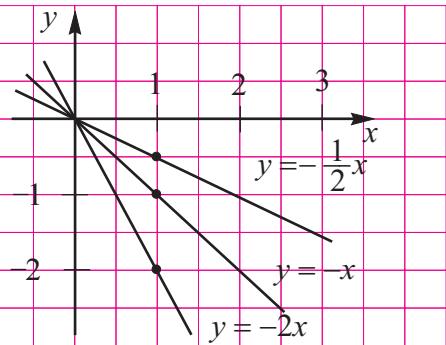
Այսպիսով,  $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկը, որտեղ  $k$ -ն տրված թիվ է (դրական, բացասական կամ զրո), կորորդինատների սկզբնակետով և  $B(1; k)$  կետով անցնող ուղիղ է: Հաճախ, փոխանակ ասելու « $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկ», ասում են « $y = kx$  ուղիղ»: Ասում են նաև, որ կորորդինատների սկզբնակետով և  $B(1; k)$  կետով անցնող ուղիղն ունի  $y = kx$  հավասարումը:

$k$  թիվն անվանում են  $y = kx$  ուղղի **անկյունային գործակից:**

Եթե ուղղի  $k$  անկյունային գործակիցը դրական է ( $k > 0$ ), ապա ուղիղը  $x$ -երի առանցքի դրական ուղղության հետ կազմում է սուր անկյուն, իսկ եթե ուղղի  $k$  անկյունային գործակիցը բացասական է ( $k < 0$ ), ապա այն  $x$ -երի առանցքի դրական ուղղության հետ կազմում է բութ անկյուն (անկյունը հաշվվում է ժամացույցի սլաքի պտտման հակառակ ուղղությամբ) (նկ. 27, 28):



Նկ. 27



Նկ. 28

**Դիտողություն.** Հիշեցնենք, որ ուղիղը կառուցելու համար բավական է իմանալ նրան պատկանող երկու կետերի կորորդինատները:

$y = kx$  ուղիղը կառուցելու համար  $B(1; k)$  կետը կարելի է փոխարինել ցանկացած այլ  $B_1(x_0; kx_0)$  կետով, որը, գծագրի ավելի ճիշտ լինելու համար, հարմար է վերցնել կորորդինատների սկզբնակետերից հեռու:

**Օրինակ:** Ընտրենք  $O$  կորորդինատային համակարգ: Կհամարենք, որ  $t$ -երի առանցքի 1 սմ-ը համապատասխանում է 1 վրկ-ի, իսկ  $s$ -երի առանցքի 1 սմ-ը համապատասխանում է 1 մ-ի:

Կետը շարժվում է  $s$ -երի առանցքով հավասարաչափ դեպի վեր  $V = 2$  մ/վրկ արագությամբ, ընդ որում՝ ժամանակի սկզբնական պահին այն գտնվում էր  $O$  կետում: Ժամանակի  $t$  ( $t > 0$ ) պահին կետը կանցնի  $2t$  ճանապարհի և նրա օրդինատը այդ պահին կլինի  $s = 2t$ :

Մենք ստացանք կետի շարժման օրենք, որն արտահայտում է նրա  $s$  օրդինատի կախումը  $t$  ժամանակից:  $s = 2t$  ( $t \geq 0$ ) ֆունկցիայի գրաֆիկը կտորդինատների սկզբնակետից ելնող կիսաուղիղ է՝ 2 անկյունային գործակցով, այսինքն՝ ճառագայթ է:

Նշենք, որ կետը շարժվում է  $s$ -երի առանցքով, իսկ նրա շարժման գրաֆիկը մեզ օգնում է միայն իմանալ շարժվող կետի  $s$  կոորդինատը ժամանակի  $t$  պահին:

451. Ո՞ր ֆունկցիան են անվանում ուղիղ համեմատական կախում:

452. Արդյոք, ֆունկցիան ուղիղ համեմատական կախում է:

Եթե այո, ապա անվանեք համեմատականության գործակիցը.

ա)  $y = 2x$ ;

բ)  $y = -3x$ ;

գ)  $y = 0x$ ;

դ)  $y = x$ ;

ե)  $y = -x$ ;

զ)  $y = 2x + 1$ ;

է)  $y = x^2$ ;

ը)  $y = \frac{1}{x}$ ;

թ)  $y = -5x - 2$ :

453. Ֆունկցիան տրված է  $y = 2x$  բանաձևով:

ա) Լրացրեք աղյուսակը.

$x$	0	1	-1		
$y$				6	-8

բ) Գտեք  $y$ -ը, եթե  $x$ -ը հավասար է 3, 5, -3, -4:

գ) Գտեք  $x$ -ը, եթե  $y$ -ը հավասար է 8, 4, -2, 1:

454. Ֆունկցիան տրված է  $y = 3x$  բանաձևով:

ա) Գտեք ֆունկցիայի  $y_1$  և  $y_2$  արժեքները, որոնք համապատասխանում են արգումենտի  $x_1 = 1$  և  $x_2 = -2$  արժեքներին:

բ) Գտեք արգումենտի  $x_1$  և  $x_2$  արժեքները, որոնք համապատասխանում են ֆունկցիայի  $y_1 = 6$   $y_2 = -12$  արժեքներին:

455. Որոշեք  $y = kx$  ֆունկցիայի  $k$  գործակիցը, եթե

ա)  $x = 3, y = 6$ ;

բ)  $x = -2, y = -10$ ;

գ)  $x = 2, y = -8$ ;

դ)  $x = -1, y = 4$ :

456.  $y = kx$  ֆունկցիայի համար որոշեք  $k$  գործակիցը և լրացրեք աղյուսակը.

ա) 

x	-3	0	5		
y			-5	6	-7

բ) 

x	-2	1	3		
y			12	0	-8

գ) 

x	2	0	4		
y			2	-3	5

դ) 

x	-4	0	-6		
y			3	4	-8

457. Որոշեք՝ միևնույն, թե տարբեր նշաններ ունեն  $x$ -ը և նրան համապատասխանող  $y$ -ը, եթե ֆունկցիան տրված է հետևյալ բանաձևով.

- ա)  $y = 2x$ ;                      բ)  $y = 3x$ ;                      գ)  $y = kx, k > 0$ ;  
 դ)  $y = -5x$ ;                    ե)  $y = -1,5x$ ;                    զ)  $y = kx, k < 0$ :

458. ա) Ի՞նչն է հանդիսանում  $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկ:  
 բ) Ինչպե՞ս է գրվում կոորդինատների սկզբնակետով և  $(1; k)$  կետով անցնող ուղղի հավասարումը, որտեղ  $k$ -ն տրված թիվ է:  
 գ) Ի՞նչն են անվանում  $y = kx$  ուղղի անկյունային գործակից:  
 դ)  $x$ -երի առանցքի հետ ինչպիսի՞ անկյուն է կազմում  $y = kx$  ուղիղը  $k > 0$  դեպքում և ինչպիսի՞ անկյուն՝  $k < 0$  դեպքում:

459. Տրված է  $y = 3x$  ֆունկցիան:  
 ա)  $x$ -ի ինչպիսի՞ արժեքների համար է որոշված այդ ֆունկցիան:  
 բ) Հաշվեք  $y$ -ի արժեքները՝  $x$ -ին տալով  $-2$ -ից մինչև 3 արժեքներ՝ 0,5 քայլով: Լուծումը ձևավորեք աղյուսակի տեսքով.

$x$	$y = 3x$	$(x; 3x)$

- գ) Կառուցեք  $xOy$  կոորդինատային համակարգը (առանցքների վրա մասշտաբը վերցնելով 1 սմ): Այդ կոորդինատային համակարգում կառուցեք բ) կետում ստացված կետերը:  
 դ) Ինչպե՞ս ստուգել կառուցման ճիշտ լինելը:  
 ե) Կառուցեք  $y = 3x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը:  
 զ) Ո՞ր քառորդներում է զետեղված այդ գրաֆիկը:  
 է) Գրաֆիկի օգնությամբ որոշեք  $y(-3), y(4), y\left(\frac{1}{2}\right), y(1,2), y(-0,7)$   
 թվերը: Ստացված արդյունքները ստուգեք բանաձևի օգնությամբ:  
 ը) Գրաֆիկի օգնությամբ գտեք  $x$ -ի արժեքը, եթե  
 1)  $y(x) = 2$ ,                      2)  $y(x) = 1$ ,                      3)  $y(x) = -6$ :  
 թ) Ինչպե՞ս կփոխվի  $y$ -ի արժեքը, եթե  $x$ -ի արժեքը մեծացնենք 1-ով:

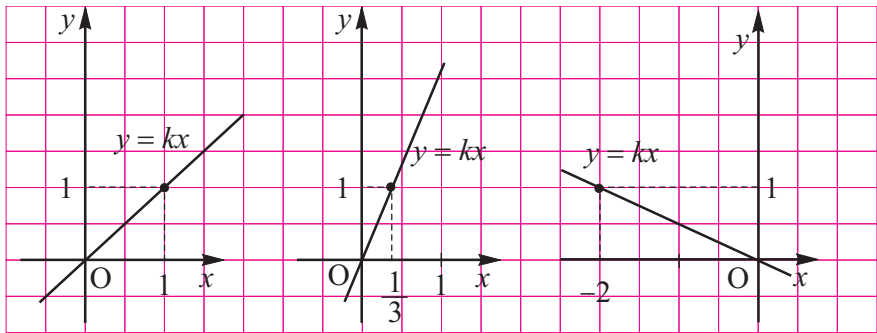
460. Տրված է  $y = -\frac{1}{2}x$  ֆունկցիան: Հետագոտեք այդ ֆունկցիան՝ ըստ նախորդ խնդրի պլանի:
461. Նշեք երկու այնպիսի կետերի կոորդինատներ, որոնց օգնությամբ կարելի է կառուցել ֆունկցիայի գրաֆիկը.  
 ա)  $y = 7x$ ;                      բ)  $y = -3x$ ;                      գ)  $y = 0,2x$ ;  
 դ)  $y = -1,4x$ ;                      ե)  $y = 0 \cdot x$ ;                      զ)  $y = -1$ :
462. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.  
 ա)  $y = \frac{2}{3}x$ ;                      բ)  $y = -4x$ ;                      գ)  $y = 10x$ ;                      դ)  $y = 0,1x$ :
463. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.  
 ա)  $y = 100x$ ;                      բ)  $y = -3000x$ ;                      գ)  $y = 0,0001x$ ;                      դ)  $y = \frac{1}{400}x$ :
- Ցուցում.** Կառուցման հարմարության համար կոորդինատային առանցքների վրա ընտրեք մասշտաբի տարբեր միավորներ:
464. Ի՞նչ բանաձևով է տրված կոորդինատների սկզբնակետով և նշված կետով անցնող ուղիղը.  
 ա) A (1; 2);                      բ) B (1; 0,5);                      գ) C (1; -1);  
 դ) D (1; 5);                      ե) E  $\left(1; \frac{2}{3}\right)$ ;                      զ) K (1; -1,7):
465. Կետը պատկանո՞ւմ է արդյոք  $y = -2,5x$  ուղիղին.  
 ա) A (1; -2,5);                      բ) B (1; 2,5);                      գ) C (-1; -2,5);  
 դ) D (-1; 2,5);                      ե) E (4; 10);                      զ) K (3; -7,5):
466. Ո՞ր քառորդներում է դասավորված ֆունկցիայի գրաֆիկը.  
 ա)  $y = 36x$ ;                      բ)  $y = 100x$ ;                      գ)  $y = 7,2x$ ;                      դ)  $y = -0,2x$ :
467. Ստուգել, պատկանո՞ւմ են, արդյոք, A և B կետերը միևնույն  $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկին, եթե  
 ա) A (1; 3), B (3; 9);                      բ) A (1; -2), B (3; -6);  
 գ) A (2; -10), B (-1; 5);                      դ) A (3; 9), B (1; 4);  
 ե) A (0,5; 4), B (-2; 16);                      զ) A  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ , B (1; 3,5):
468. ա) Տրված է  $y = 1\frac{1}{3} \cdot x$  ֆունկցիան: (6; a) կետը պատկանո՞ւմ է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Գտեք a-ն:

- բ) Տրված է  $y = -2,7x$  ֆունկցիան:  $(b; -3)$  կետը պատկանում է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Գտեք  $b$ -ն:
- զ)  $(6; 4)$  կետը պատկանում է  $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկին: Գտեք  $k$ -ն:

469. Ի՞նչ բանաձևով է տրված կոորդինատների սկզբնակետով և նշված կետով անցնող ուղիղը.

- ա)  $(6; 8)$ ;                      բ)  $(4; -0,5)$ ;                      գ)  $(3; 1)$ ;
- դ)  $(-2; 2)$ ;                      ե)  $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ ;                      զ)  $(-2; -3)$ :
470. ա) Կոնֆետի 1 կգ արժե 400 դրամ: Կոնֆետի  $p$  արժեքի և նրա  $m$  (կգ) մասսայի կապը արտահայտեք բանաձևով: Կառուցեք ստացված կապի գրաֆիկը:
- բ) Մոտոցիկլավարը ճանապարհով շարժվում է 60 կմ/ժ հաստատուն արագությամբ:  $s$  (կմ) հեռավորության և  $t$  (ժամ) ժամանակի կապը արտահայտեք բանաձևով: Կառուցեք ստացված կապի գրաֆիկը: Ինչպիսի՞ արժեքներ կարող է ընդունել  $t$ -ն:

471. 29-րդ նկարում պատկերված է  $y = kx$  ֆունկցիայի գրաֆիկը: Յուրաքանչյուր դեպքի համար որոշեք  $k$  գործակիցը.



ա)

բ)

գ)

Նկ. 29



## 6.6 Գծային ֆունկցիան և նրա գրաֆիկը

$$y = kx + b$$

տեսքի ֆունկցիան, որտեղ  $k$ -ն և  $b$ -ն տրված թվեր են, անվանում են **գծային ֆունկցիա**:

Գծային ֆունկցիան որոշված է բոլոր իրական թվերի բազմության վրա, այսինքն՝  $y = kx + b$  ֆունկցիայի որոշման տիրույթը բոլոր իրական թվերի բազմությունն է՝  $\mathbb{R}$ -ը:

Եթե  $b = 0$ , ստանում ենք  $y = kx$  ֆունկցիան, որը մենք ուսումնասիրեցինք նախորդ կետում:

$$y = 2x + 4, y = -x + 5, y = -0,5x, y = 6-x$$

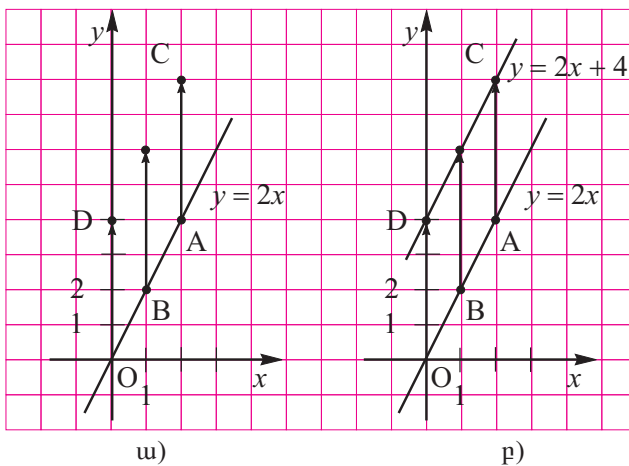
գծային ֆունկցիաների օրինակներ են:

$$y = kx + b$$

**Ֆունկցիայի գրաֆիկը**  $xOy$  կոորդինատային հարթության ( $x$ ;  $kx + b$ ) կոորդինատներ ունեցող կետերի բազմությունն է, որտեղ  $x$ -ը ցանկացած իրական թիվ է:

Որպեսզի  $xOy$  ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգում կառուցենք, օրինակ,  $y = 2x + 4$  ֆունկցիայի գրաֆիկը, նախ կառուցենք  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը: Ինչպես արդեն գիտենք՝ դա  $O(0; 0)$  և  $B(1; 2)$  կետերով անցնող ուղիղ է (նկ. 30ա):

Այդ ուղիղը զուգահեռ տեղափոխելով դեպի վեր 4 միավորով՝ կստանանք  $y = 2x + 4$  ֆունկցիայի գրաֆիկը (նկ. 30բ), որովհետև եթե  $A$ -ն  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկի ցանկացած կետ է, իսկ  $C$ -ն  $y = 2x + 4$  ֆունկցիայի գրաֆիկի կետ, որն ունի նույն  $x$  արժեքը, ինչ որ ունի  $A$ -ն, ապա ակնհայտ է, որ  $C$  կետի օրդինատը 4 միավորով մեծ է  $A$  կետի օրդինատից:



Նկ. 30

Այսպիսով,  $y = 2x + 4$  ուղիղը զուգահեռ է  $y = 2x$  ուղղին: Բացի այդ,  $y = 2x + 4$  ուղիղը օրդինատների առանցքը հատում է  $D(0; 4)$  կետում, որում կարելի է համոզվել՝  $y = 2x + 4$  հավասարման մեջ  $x$ -ի փոխարեն տեղադրելով 0:

Դատողությունները, որոնք մենք կատարեցինք  $y = 2x + 4$  ֆունկցիայի օրինակով, նման ձևով ընդհանրացվում են ցանկացած  $y = kx + b$  գծային ֆունկցիայի համար, որտեղ  $k$ -ն և  $b$ -ն ցանկացած տրված թվեր են:

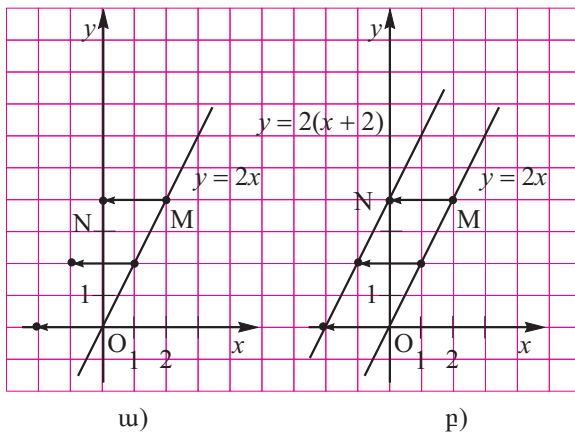
Այսպիսով,  $y = kx + b$  **գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը**  $y = kx$  **ուղղին զուգահեռ և օրդինատների առանցքի**  $D(0; b)$  **կետով անցնող ուղիղ է:**

Հեշտ է տեսնել, որ  $B(1; k + b)$  կետը գտնվում է  $y = kx + b$  ուղղի վրա: Այդ իսկ պատճառով կարելի է այսպես ասել՝  $y = kx + b$  **գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը**  $D(0; b)$  **և**  $B(1; k + b)$  **կետերով անցնող ուղիղ գիծ է:**

**Դիտողություն 1.**  $y = kx + b$  ուղիղը կառուցելու համար պարտադիր չէ այն տանել  $D(0; b)$  և  $B(1; k + b)$  կետերով. այդ ուղիղը կարելի է տանել ցանկացած երկու կետերով, որոնց կոորդինատները բավարարում են նրա հավասարմանը: Հարմար է վերցնել իրարից բավականաչափ հեռու կետեր, որպեսզի գծագիրն ավելի ճշգրիտ լինի:

**Դիտողություն 2.** Նշենք, որ  $y = 2x + 4$  ֆունկցիայի գրաֆիկը կարելի էր կառուցել նաև այլ կերպ: Քանի որ  $2x + 4 = 2(x + 2)$ , ապա ֆունկցիան կարելի է տալ  $y = 2(x + 2)$  բանաձևով: Որպեսզի  $xOy$  ուղղանկյուն կոորդինատային համակարգում կառուցենք այս ֆունկցիայի գրաֆիկը, նախ կառուցենք  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը (նկ. 31ա)

Եթե այդ ուղիղը զուգահեռ տեղափոխենք 2 միավորով ձախ, ապա կստացվի  $y = 2(x + 2)$  ֆունկցիայի գրաֆիկը (նկ. 31բ): Իրոք, եթե  $M$ -ը  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկի կամայական կետ է, իսկ  $N$ -ը՝  $y = 2(x + 2)$  ֆունկցիայի գրաֆիկի կետ, որը  $M$ -ի հետ ունի նույն  $y$  օրդինատը, ապա ակնհայտ է, որ  $N$  կետի արքսիար 2 միավորով փոքր է  $M$  կետի օրդինատից:



Նկ. 31

Օրինակ՝  $y = 2x$  ֆունկցիան  $y = 0$  արժեքն ընդունում է  $x = 0$  դեպքում, իսկ  $y = 2(x + 2)$  ֆունկցիան՝  $x = -2$  դեպքում,  $y = 2x$  ֆունկցիան  $y = 4$  արժեքն ընդունում է  $x = 2$  դեպքում, իսկ  $y = 2(x + 2)$  ֆունկցիան՝  $x = 0$  դեպքում և այլն:

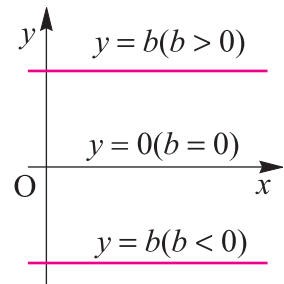
Դատելով նման կերպ, կստանանք, որ  $y = 2(x - 3)$  ֆունկցիայի գրաֆիկը կարելի է ստանալ  $y = 2x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը 3 միավորով զուգահեռ տեղափոխելով աջ:

$y = kx + b$  հավասարման  $k$  գործակիցը անվանում են այդ **ուղղի անկյունային գործակից**:  $b$  թիվը ուղղի և  $y$ -ների առանցքի հատման կետի օրդինատն է:

Նկատենք, որ  $y = kx + b$  և  $y = k_1x + b_1$  երկու ուղիղներ, որոնք ունեն նույն անկյունային գործակիցները ( $k = k_1$ ) և  $b \neq b_1$ , զուգահեռ են:

Եթե  $k = 0$ , ապա ստանում ենք  $y = b$  ֆունկցիան, որը բացահայտ  $x$ -ից կախված չէ: Այդ ֆունկցիան արտահայտում է հետևյալ կանոնը՝  $x$ -ի յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է միևնույն  $y = b$  թիվը:

$y = b$  ֆունկցիան անվանում են **հասարարուն**: Նրա գրաֆիկը  $x$ -երի առանցքին զուգահեռ ուղիղ է, որը  $y$ -ների առանցքը հատում է  $(0; b)$  կետում (նկ. 32): Նրա անկյունային գործակիցը 0 է:



Նկ. 32

472. ա) Ո՞ր ֆունկցիան են անվանում գծային ֆունկցիա:  
 բ) Ի՞նչ է հանդիսանում գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը:  
 գ) Ի՞նչն են անվանում  $y = kx + b$  ուղղի անկյունային գործակից:  
 դ) Ի՞նչ պայմանի դեպքում  $y = kx + b$  և  $y = k_1x + b_1$  ուղիղները զուգահեռ են:  
 ե) Ի՞նչ է հանդիսանում  $y = b$  ֆունկցիայի գրաֆիկը: Ինչպե՞ս են անվանում այդ ֆունկցիան:  
 զ) Ո՞րն է գծային ֆունկցիայի որոշման տիրույթը:

473. Հետևյալ ֆունկցիաներից որո՞նք են գծային:

$y = kx + b$  տեսքի ֆունկցիաների համար անվանեք  $k$ -ն և  $b$ -ն:

- |                    |                   |                             |
|--------------------|-------------------|-----------------------------|
| ա) $y = 3x + 1$ ;  | բ) $y = 5x$ ;     | գ) $y = 70 - 2x$ ;          |
| դ) $y = x^2 - 1$ ; | ե) $y = x - 3x$ ; | զ) $y = 0,5 + 3x$ ;         |
| է) $y = x$ ;       | ը) $y = 0$ ;      | թ) $y = \frac{5x - 1}{6}$ ; |

474. Միևնույն կոորդինատային համակարգում կառուցեք

$y = 2x$ ,  $y = 2x + 2$ ,  $y = 2x - 1$ ,  $y = 2x - 2,5$  ֆունկցիաների գրաֆիկները:



482. Ո՞ր քառորդներում է դասավորված ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա)  $y = 5x + 4$ ;

բ)  $y = -5x + 4$ ;

գ)  $y = -5x - 3$ ;

դ)  $y = 5x - 3$ :

483. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա)  $y = 40x + 20$ ;

բ)  $y = 50 - 20x$ ;

գ)  $y = -0,02x + 0,01$ ;

դ)  $y = 3x - 0,007$ :

**Յուշում.** Կառուցման հարմարության համար կոորդինատային առանցքների վրա ընտրեք մասշտաբի տարբեր միավորներ:

484. Առանց գրաֆիկի կառուցում կատարելու՝ պարզեք, հատվո՞ւմ են, արդյոք, տրված ֆունկցիաների գրաֆիկները, իսկ այնուհետև կառուցեք այդ գրաֆիկները.

ա)  $y = 5x$  և  $y = 5x - 8$ ;

բ)  $y = -\frac{2}{3}$  և  $y = 6x - 1$ ;

գ)  $y = 7x - 12$  և  $y = 25$ ;

դ)  $y = 3x$  և  $y = -0,5 + 2x$ :

485. Կառուցեք  $y = x + 3$  ֆունկցիայի գրաֆիկը: Պատկանո՞ւմ են, արդյոք, այդ գրաֆիկին  $(-2; -5)$ ,  $(3; 6)$ ,  $(17; -10)$ ,  $(145; 148)$ ,  $(0; 0)$  կետերը:

486. ա) Ի՞նչ երկրաչափական իմաստ ունեն  $k$  և  $b$  թվերը  $y = kx + b$  գծային ֆունկցիայի համար:

բ) Կոորդինատային առանցքների նկատմամբ ինչպե՞ս է դասավորված  $y = kx + b$  գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը, եթե

1)  $k \neq 0, b = 0$ , 2)  $k > 0$ , 3)  $k < 0$ , 4)  $k = 0$ :

487. Կոորդինատային հարթության վրա ինչպե՞ս է փոփոխվում

$y = kx + b$  ուղղի դիրքը, եթե

ա) անկյունային գործակիցը աճում է 0-ից մինչև 100;

բ)  $b$ -ն աճում է 0-ից մինչև 100:

488. ա) Տրված է  $y = -4x + 3$  ֆունկցիան:  $(1; a)$  կետը պատկանում է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Գտեք  $a$ -ն:

բ) Տրված է  $y = 12x - 1$  ֆունկցիան:  $(b; -3)$  կետը պատկանում է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Գտեք  $b$ -ն:

գ) Գտեք  $y = kx + 1$  ֆունկցիայի  $k$  անկյունային գործակիցը, եթե  $A(2; 5)$  կետը պատկանում է նրա գրաֆիկին:

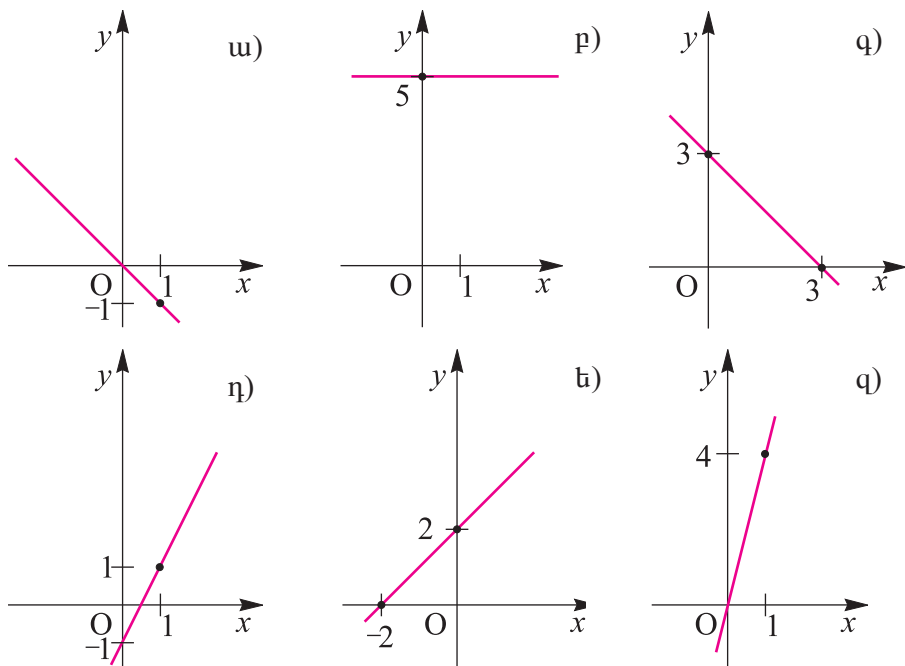
489. Նկար 33-ում պատկերված գրաֆիկներից ո՞րն է հանդիսանում նշված ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա)  $y = 2x - 1$ ,

բ)  $y = -x + 3$ ,

գ)  $y = 5$ ,

դ)  $y = 4x$ :

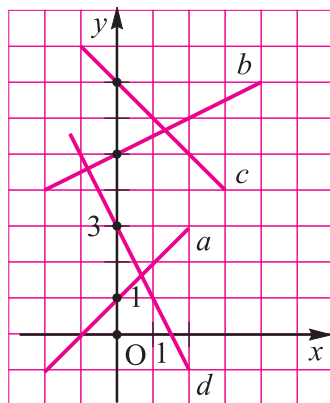


Նկ. 33

490. Նկար 34-ում ցույց են տրված  $a$ ,  $b$ ,  $c$  և  $d$  ուղիղները: Դրանցից յուրաքանչյուրը ի՞նչ բանաձևով է տրվում:

491. Քանի՞ միավոր վերև կամ ներքև պետք է զուգահեռ տեղափոխել  $y = 3x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ նշված ֆունկցիայի գրաֆիկը ստանալու համար.

- ա)  $y = 3x + 2$ ;
- բ)  $y = 3x - 4$ ;
- գ)  $y = 3x + 1$ ;
- դ)  $y = 3x - 0,5$ ;
- ե)  $y = 3x + 7$ ;
- զ)  $y = 3x + 5,5$ :



Նկ. 34

492. Քանի՞ միավոր աջ կամ ձախ պետք է զուգահեռ տեղափոխել  $y = 3x$  ֆունկցիայի գրաֆիկը՝ նշված ֆունկցիայի գրաֆիկը ստանալու համար.

- ա)  $y = 3(x + 2)$ ;
- բ)  $y = 3(x - 4)$ ;
- գ)  $y = 3(x + 1)$ ;
- դ)  $y = 3x + 3$ ;
- ե)  $y = 3x - 6$ ;
- զ)  $y = 3x + 9$ :

# ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ

## Քնական թվեր

493. Որոշելով գործողությունների կատարման հերթականությունը՝ գտեք արտահայտության արժեքը.
- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| ա) $672 : 42 + 21 \cdot 39$ ;                                     | բ) $989 : 43 - 912 : 48$ ;       |
| գ) $(720 - 695) \cdot (975 : 25)$ ;                               | դ) $(109 + 839) : (312 - 233)$ ; |
| ե) $65254 : 79 - 75563 : 97$ ;                                    | զ) $37115 : 65 + 72675 : 85$ ;   |
| է) $407 \cdot 720 - 350 \cdot 509 - 43272 : 72$ ;                 |                                  |
| ը) $564 \cdot 702 - 164 \cdot 756 + 148 \cdot 916 - 48762 : 86$ ; |                                  |
| թ) $8694 : (4096 - (1458 + 2316))$ ;                              |                                  |
| ժ) $8072 : (6013 - 23 \cdot 65)$ ;                                |                                  |
494. Հաշվեք.
- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ա) $756 - 79 + 79$ ;        | բ) $213 + 395 + 187$ ;      |
| գ) $25 \cdot 178 \cdot 4$ ; | դ) $8 \cdot 53 \cdot 125$ ; |
495. Հաշվեք.
- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| ա) $68 \cdot 48 + 68 \cdot 52$ ;     | բ) $59 \cdot 37 + 59 \cdot 63$ ;     |
| գ) $87 \cdot 29 + 87 \cdot 71$ ;     | դ) $17 \cdot 73 - 63 \cdot 17$ ;     |
| ե) $382 \cdot 500 - 400 \cdot 382$ ; | զ) $756 \cdot 350 + 756 \cdot 650$ ; |
| է) $352 \cdot 18 : 9$ ;              | ը) $748 \cdot 36 : 18$ ;             |
| թ) $126 \cdot 96 : 32$ ;             | ժ) $172 \cdot 256 : 128$ ;           |
496. Թվային արտահայտությունը ներկայացրեք հնարավորինս մեծ թվով 1-ից տարբեր արտադրիչների արտադրյալի տեսքով.
- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| ա) $40 \cdot 24$ ;   | բ) $12 \cdot 25$ ;   |
| գ) $164 \cdot 125$ ; | դ) $112 \cdot 147$ ; |
497. Պարզեք՝ հետևյալ թվերը բաղադրյալ են, թե պարզ.
- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| ա) 89, 123, 279; | բ) 335, 642, 601: |
|------------------|-------------------|
498. Պարզեք գործողությունների կարգը, կարդացեք տված արտահայտությունը և գտեք նրա արժեքը.
- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| ա) $(2^3)^2$ ;       | բ) $(2^2)^3$ ;       |
| գ) $(3^2 - 2^3)^5$ ; | դ) $(3^3 - 2^2)^2$ ; |







515. Համեմատեք թվային արտահայտությունների արժեքները.

- ա)  $5^{10} \cdot 5^{10}$  և  $(3 \cdot 5)^{10}$ ;                      բ)  $8^{40}$  և  $72^{20}$ ;  
գ)  $21^4$  և  $28^3$ ;                                      դ)  $63^{30}$  և  $9^{60}$ ;  
ե)  $9^4$  և  $27^3$ ;                                      զ)  $8^9$  և  $4^{14}$ .

516. Հաշվեք.

- ա)  $25^4 \cdot 4^5$ ;                      բ)  $5^6 \cdot 2^7$ ;                      գ)  $125^2 \cdot 8^2$ :

### Ամբողջ թվեր

517. Հաշվեք.

- ա)  $3 - 2$ ;                      բ)  $-3 - 2$ ;                      գ)  $-6 + 5$ ;  
դ)  $2 - 7$ ;                      ե)  $5 - 2 - 3$ ;                      զ)  $4 + 1 - 8$ ;  
է)  $-2 - 2 + 5$ ;                      ը)  $-4 - 1 - 5$ ;                      թ)  $-4 + 5 + 2$ ;  
ժ)  $4 + 2 - 9 - 1$ ;                      հ)  $2 - 5 - 6 + 1$ ;                      լ)  $-3 - 5 - 4 + 7$ :

518. Հաշվեք.

- ա)  $100 + 99 + 98 + 97 + 96 + \dots - 96 - 97 - 98 - 99 - 100$   
բ)  $100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96 \dots (-96) \cdot (-97) \cdot (-98) \cdot (-99) \cdot (-100)$ :

519. Գտեք արտահայտության արժեքը.

- ա)  $|-2| + |-1|$ ;                      բ)  $|7| - |-11|$ ;  
գ)  $|5 - 7|$ ;                      դ)  $7 - |-5 - 6|$ :

Հաշվեք (520-521).

520.    ա)  $(-2)^2$ ;  $(-2)^2$ ;  $(-2)^4$ ;  $(-2)^5$ ;                      բ)  $-3^4$ ;  $(-7)^2$ ;  $0^{10}$ ;  $(-1)^5$ ;  $-1^3$ ;  
      գ)  $(-1)^{11} - (-1)^{11}$ ;                                      դ)  $(-1)^4 - (-1)^3 - (-1)^2$ ;  
      ե)  $(-2)^5 - (-3)^3$ ;                                      զ)  $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4$ :

521.    ա)  $3 \cdot (-2)^2$ ;                      բ)  $-4 \cdot (-3)^3$ ;                      գ)  $-(-3)^3$ ;                      դ)  $-(-2)^3$ ;  
      ե)  $-(-0,3)^2$ ;                      զ)  $-(-0,5)^3$ ;                      է)  $(-3^2)^3$ ;                      ը)  $(-1)^{1999}$ ;  
      թ)  $(-1)^k + (-1)^{k+1}$ , որտեղ  $k$ -ն ամբողջ թիվ է:

### Մովորական կոտորակներ

522. Կրճատեք կոտորակը.

- ա)  $\frac{24}{36}$ ;                      բ)  $\frac{108}{252}$ ;                      գ)  $\frac{144}{216}$ ;                      դ)  $\frac{1800}{4500}$ :

523. \*-ի փոխարեն գրեք այնպիսի թիվ, որ ստացվի ճիշտ հավասարություն.

ա)  $\frac{6}{9} = \frac{*}{3}$ ;    բ)  $\frac{28}{40} = \frac{*}{10}$ ;    գ)  $\frac{12}{32} = \frac{3}{*}$ ;    դ)  $\frac{15}{75} = \frac{1}{*}$ ;

ե)  $\frac{64}{36} = 1 \frac{7}{*}$ ;    զ)  $\frac{276}{108} = 2 \frac{*}{9}$ ;    է)  $7 = \frac{*}{2}$ ;    լ)  $1 \frac{1}{3} = \frac{*}{3}$ ;

524. Ապացուցեք, որ

ա)  $\frac{171717}{252525} = \frac{1717}{2525} = \frac{17}{25}$ ;    բ)  $\frac{313131}{757575} = \frac{3131}{7575} = \frac{31}{75}$ ;

525. Նշեք տրված թվի հակադարձը.

ա) 2;    բ)  $\frac{1}{5}$ ;    գ)  $2 \frac{1}{3}$ ;    դ) 1,3:

526. Համեմատեք թվերը.

ա)  $\frac{7}{8}$  և  $\frac{5}{8}$ ;    բ)  $1 \frac{1}{7}$  և  $\frac{8}{7}$ ;    գ)  $\frac{1}{2}$  և  $\frac{1}{3}$ ;

դ)  $\frac{3}{5}$  և  $\frac{3}{4}$ ;    է)  $1 \frac{2}{3}$  և  $\frac{3}{4}$ ;    զ)  $\frac{10}{7}$  և  $1 \frac{3}{6}$ ;

Հաշվեք (527-532).

527.    ա)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ;    բ)  $\frac{1}{7} + \frac{5}{7}$ ;    գ)  $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ ;

դ)  $1 \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ ;    է)  $2 \frac{7}{9} + \frac{4}{9}$ ;    զ)  $3 \frac{2}{5} + 12 \frac{4}{5}$ ;

528.    ա)  $\frac{9}{11} - \frac{8}{11}$ ;    բ)  $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$ ;    գ)  $1 - \frac{1}{9}$ ;

դ)  $12 - \frac{1}{3}$ ;    է)  $127 - \frac{2}{5}$ ;    զ)  $193 - \frac{4}{9}$ ;

է)  $13 \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ ;    լ)  $13 \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ;    թ)  $15 \frac{4}{5} - 8 \frac{2}{5}$ ;

ժ)  $20 \frac{3}{8} - 16 \frac{1}{4}$ ;    ի)  $3 \frac{1}{6} - \frac{1}{3}$ ;    լ)  $2 \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ ;

խ)  $10 \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$ ;    ծ)  $\frac{3}{7} - \frac{4}{5}$ ;    կ)  $3 \frac{1}{2} - 2 \frac{2}{3}$ ;

529. ա)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ ;      բ)  $\frac{2}{6} \cdot \frac{6}{7}$ ;      գ)  $\frac{7}{8} \cdot \frac{24}{49}$ ;  
 դ)  $\frac{100}{121} \cdot \frac{55}{144}$ ;      ե)  $\frac{3}{8} \cdot 2$ ;      զ)  $\frac{4}{5} \cdot 6$ ;  
 է)  $3 \cdot 1 \frac{1}{8}$ ;      ը)  $0 \cdot \frac{1}{4}$ ;      թ)  $4 \cdot 2 \frac{1}{12}$ ;

530. ա)  $4 \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{14}$ ;      բ)  $2 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{14}$ ;      գ)  $\frac{2}{3} \cdot 1 \frac{1}{8}$ ;  
 դ)  $5 \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{34}$ ;      ե)  $\frac{4}{7} \cdot 3 \frac{1}{16}$ ;      զ)  $1 \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{3}$ ;  
 է)  $2 \frac{1}{7} \cdot 1 \frac{13}{15}$ ;      ը)  $10 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{1}{2}$ ;

531. ա)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ;      բ)  $\frac{2}{5} : \frac{15}{18}$ ;      գ)  $\frac{14}{15} : \frac{18}{25}$ ;  
 դ)  $\frac{3}{7} : \frac{63}{84}$ ;      ե)  $\frac{2}{3} : 2$ ;      զ)  $\frac{6}{7} : 3$ ;  
 է)  $10 : \frac{5}{10}$ ;      ը)  $\frac{9}{3} : 13$ ;      թ)  $1 \frac{1}{2} : 8$ ;  
 ժ)  $10 : 2 \frac{1}{2}$ ;      հ)  $3 \frac{2}{5} : 34$ ;      լ)  $18 : 7 \frac{1}{5}$ ;

532. ա)  $\left(4 \frac{2}{8} + 5 \frac{1}{2}\right) \cdot 6$ ;      բ)  $\left(4 - 1 \frac{1}{3} \cdot 2\right) \cdot \frac{1}{2}$ ;  
 գ)  $6 \frac{3}{5} \cdot 7 \frac{1}{6} - 2 \frac{1}{6} \cdot 6 \frac{3}{5}$ ;      դ)  $3 \frac{3}{4} \cdot 3 \frac{3}{4} + 3 \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ ;

### Ռացիոնալ թվեր

Հաշվեք (533-540).

533. ա)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ ;      բ)  $\frac{2}{7} - \frac{4}{5}$ ;      գ)  $-\frac{2}{8} + \frac{7}{9}$ ;  
 դ)  $-\frac{3}{8} - \frac{7}{12}$ ;      ե)  $2 - 3 \frac{1}{2}$ ;      զ)  $4 \frac{1}{3} - 5$ ;  
 է)  $3 \frac{1}{2} - 7 \frac{2}{3}$ ;      ը)  $-8 \frac{1}{4} - 2 \frac{1}{3}$ ;      թ)  $5 \frac{1}{7} - 7 \frac{5}{6}$ ;

534.    у)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ;    р)  $17 - \frac{1}{3}$ ;    қ)  $1278 - \frac{2}{7}$ ;    ң)  $\frac{1}{2} - 3$ :

535.    у)  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$ ;    р)  $\frac{1\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{2}{3}}$ ;    қ)  $1\frac{1}{2} - 7\frac{5}{8}$ ;

    ң)  $2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{9}$ ;    т)  $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}$ ;    қ)  $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$ :

536.    у)  $25 \cdot 7 \cdot 8$ ;    р)  $13 \cdot 12 \cdot 25$ ;    қ)  $2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{3}$ ;

    ң)  $\frac{1}{7} \cdot 7 - \frac{1}{6} \cdot 6$ ;    т)  $36 : 3 \cdot \left(\frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{4}\right)$ ;

    қ)  $\left(75 - 100 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{25}$ :

537.    у)  $\left(8\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4}\right) \cdot 8$ ;    р)  $\left(4 - 1\frac{1}{6} + 6\frac{1}{4}\right) : \frac{1}{2}$ ;

    қ)  $3\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{5}$ ;    ң)  $7\frac{3}{8} - 4\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}$ ;

    т)  $\left(4\frac{1}{3} - 12\frac{1}{2} - 2\frac{1}{5}\right) : 2$ ;    қ)  $\left(6\frac{2}{3} - 9\frac{3}{5} + 15\frac{1}{2}\right) : 3$ :

538.    у)  $\left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7\right) : 3 + 3\frac{7}{28}$ ;

    р)  $\left(7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 12\frac{1}{4} : \frac{7}{9}\right) : 6 + 10\frac{1}{8}$ ;

    қ)  $\left(\frac{21}{113} - \frac{14}{19} + \frac{7}{8} - \frac{28}{41}\right) + \left(\frac{4}{41} - \frac{1}{8} + \frac{2}{19} - \frac{3}{113}\right) : \frac{1}{7}$ :

539.    у)  $\frac{\frac{5}{14} - \frac{8}{21}}{\frac{16}{21} - 1}$ ;    р)  $\frac{\frac{4}{15} + \frac{7}{12}}{\frac{23}{40} - 1}$ ;    қ)  $\frac{36\frac{2}{3} : 15 + 8\frac{2}{3} \cdot 7}{12\frac{1}{3} + 8\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}}$ ;

    ң)  $\frac{2\frac{3}{8} : \frac{3}{4} - 24 \cdot \frac{7}{9}}{7\frac{2}{3} + 2 : 24}$ :

540. ա)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 45$ ;    բ)  $(-3)^{16} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^7$ ;    գ)  $\frac{4^{20}}{8^{13}}$ ;    դ)  $\frac{2^{10} \cdot 25^4}{4\,000\,000}$ :

541. ա) Մեկ պարսեկը (աստղագիտության մեջ ընդունված երկարության միավոր է) հավասար է 30 860 000 000 կմ: Այս թիվը գրեք 10-ի աստիճանի օգնությամբ:

բ) Եթե մեկ խորանարդ մետրը կտրատենք խորանարդ սանտիմետրերի և դարսենք մեկը մյուսի վրա, ապա ի՞նչ բարձրության սյուն կստացվի:

542. ա) Էներգիայի միավորների միջև կա այսպիսի կապ՝ 1 ջոուլը հավասար է 107 էրգ, իսկ 1 կիլովատ/ժամ-ը՝  $3,6 \cdot 10^6$  ջոուլ: 1 կիլովատ/ժամն արտահայտեք էրգերով:

բ) Ջրի 1 գրամը պարունակում է  $3,35 \cdot 10^{22}$  մոլեկուլ: Քանի՞ թվանշան է պարունակվում այդ թվի տասնորդական գրառման մեջ:

543. Հաշվեք.

ա)  $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$ ;

բ)  $\frac{(3 \cdot 2^{20} + 7 \cdot 2^{19}) \cdot 52}{(13 \cdot 8^4)^2}$ ;

գ)  $\frac{(3^{15} + 3^{14}) \cdot 2^9}{(3^{14} + 3^{12}) \cdot 1024}$ ;

դ)  $\frac{25 \cdot (180 \cdot 6^7 - 108 \cdot 6^6)}{216^3 - 36^4}$ .

### Տասնորդական կոտորակներ

544. Տրված կոտորակները ներկայացրեք տասնորդական կոտորակի տեսքով.

ա)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{7}{20}, \frac{13}{25}, \frac{11}{16}$ ;

բ)  $\frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{3}{11}, \frac{5}{12}$ :

545. Տասնորդական կոտորակները գրեք սովորական կոտորակների տեսքով.

0,25; 0,75; 14,05; 0, 125; 0,875; 1,0075:

546. Կարդացեք թվերը՝ 0,5; 1,24; 12,245; 0,0027:

547. Համեմատեք թվերը.

ա) 0,526471 և 0, 524671;

բ) 2,076812 և 2,076813;

գ) 0,247459 և 0,347459;

ե) 7,127586 և 7,1278:

548. ա) Նշեք 7 հայտարարով սովորական կոտորակ, որը մեծ է 0,5-ից, բայց փոքր է 0,6-ից:  
 բ) Նշեք 13 հայտարարով բոլոր սովորական կոտորակները, որոնք մեծ են 0,4-ից, բայց փոքր են 0,6-ից: Քանի՞ աղյուսի կոտորակ կա:

Հաշվեք (549-558).

549. ա)  $0,5 + 0,345$ ;      բ)  $1,3 + 0,416$ ;      գ)  $4,2 + 1,304$ ;  
 դ)  $12,4 + 0,012$ ;      ե)  $1,47 - 0,84$ ;      զ)  $5,12 - 2,0904$ ;  
 է)  $6,45 - 0,079$ ;      ը)  $15,2 - 2,0904$ :
550. ա)  $8,5 \cdot 10$ ;      բ)  $0,68 \cdot 10$ ;      գ)  $0,9 \cdot 100$ ;  
 դ)  $1,8 \cdot 1000$ ;      ե)  $0,7 \cdot 4$ ;      զ)  $76 \cdot 1,75$ ;  
 է)  $49 \cdot 0,3$ ;      ը)  $0,87 \cdot 5$ ;      փ)  $0,15 \cdot 400$ :
551. ա)  $25 \cdot 10$ ;      բ)  $32,9 \cdot 100$ ;      գ)  $0,54 \cdot 10$ ;  
 դ)  $1,4 \cdot 1000$ ;      ե)  $1,2 \cdot 4$ ;      զ)  $50,4 \cdot 8$ ;  
 է)  $0,56 \cdot 4$ ;      ը)  $3,425 \cdot 5$ ;      փ)  $91,8 \cdot 0,27$ :
552. ա)  $2,3 + (4,5 - 27,5) : 2,3$ ;      բ)  $(2,2 - 1,44 \cdot 5) : 2,5$ ;  
 գ)  $(0,4 - 0,45 + 1,24) \cdot 5 : 3,5$ ;      դ)  $(1230 \cdot 0,01 - 4,8) : 2,5 \cdot 1,6$ :
553. ա)  $(2,5 - 5,2) \cdot 0,4$ ;      բ)  $(36,5 \cdot 5,4 + 0,6) : 0,1$ ;  
 գ)  $(3,5 \cdot 24,8 + 1,2) : 0,1$ :
554. ա)  $15 : 7,5 + 0,12 : 0,04 + 1,69 : 0,13 + 2 : 50$ ;  
 բ)  $0,35 : 0,07 + 12 : 0,3 + 0,2 : 5 + 72 : 144$ ;  
 գ)  $72 : 2,4 + 6 : 12 + 45 : 4,5 + 0,84 : 0,021$ ;  
 դ)  $0,75 : 15 + 18 : 36 + 24 : 0,06 + 0,52 : 0,13$ :
555. ա)  $(0,2 : 5 + 5 : 0,2 - 2,794 : 1,1) \cdot 0,6 - 13,5$ ;  
 բ)  $56,32 : 51,2 + 48,8 : 61 - (2,4 - 2,4 \cdot 0,15)$ :
556. ա)  $2,56 : 0,128 - 5,6$ ;      բ)  $(-4,12) : (-20,6) - 5,6$ ;  
 գ)  $6,4 : (-0,32) - 1,8 \cdot 10$ ;      դ)  $10,2 : 0,24 - 1,5 : 0,25$ ;  
 ե)  $482,28 : 12 - 20,19$ ;      զ)  $33,425 : (-3,5) + (-2,45) \cdot (-4)$ ;  
 է)  $(2,51 \cdot 5 + 0,14 - 0,25) \cdot (-5)$ ;      ը)  $5,6 - (0,006 + 0,994) \cdot 1,2$ :
557. ա)  $\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \cdot (0,8 + 1,2)}$ ;      բ)  $\frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)}$ ;

$$558. \quad \begin{array}{ll} \text{a)} \frac{(2,3 + 5 : 6,25) \cdot 7}{8 \cdot 0,0125 + 6,9}; & \text{b)} \frac{3 : 0,25 + 204 : 5}{7,62 \cdot 0,25 - 0,918 : 3,6}; \\ \text{u)} \frac{2,1 \cdot 104 + 0,9 \cdot 104}{1,8 \cdot 103}; & \text{p)} \frac{2,8 \cdot 106 - 0,3 \cdot 106}{1,5 \cdot 105}. \end{array}$$

559. *Գիմնագիայի խնդիրների ժողովածուից* (XIX դ.) Հաշվեք.

$$\text{u)} \frac{(6,25 - 3,75) \cdot 0,8}{(4 - 2,75) : 6,25} + \frac{(2,5 + 0,75) : 3,25}{(40 - 38,8) \cdot 5};$$

$$\text{p)} \frac{(7,3 + 2,7) \cdot 0,1}{(3,5 - 1,5) : 0,5} - \frac{(4,45 - 2,2) : 0,3}{(0,823 + 0,177) \cdot 30};$$

$$\text{a)} \left( \frac{0,3 \cdot (1,5 - 0,7)}{0,5 \cdot (0,47 + 0,53)} + \frac{(0,2 - 0,15) : 0,001}{(4,7 - 3,9) \cdot 10} \right) : 26,92;$$

$$\text{b)} 26 : \left( \frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \cdot (0,8 + 1,2)} + \frac{(34,06 - 33,81) \cdot 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)} \right);$$

$$\text{v)} \left( \frac{(11 - 9,5) : 0,003}{(4,05 - 3,65) \cdot 20} - \frac{0,45 - 0,225}{13,625 : (2,6 + 0,125)} \right) : 62,455:$$

Հաշվեք (560-571).

$$560. \quad \begin{array}{lll} \text{u)} 3,2 - 2 \frac{1}{3}; & \text{p)} 7 \frac{1}{5} - 3,4; & \text{a)} 1,1 - 7 \frac{3}{8}; \end{array}$$

$$\text{b)} 4 \frac{1}{3} - 5,75; \quad \text{v)} 8,12 - 4 \frac{7}{9}; \quad \text{d)} 2 \frac{1}{5} - 8 \frac{4}{7};$$

$$561. \quad \begin{array}{lll} \text{u)} 3 : \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right); & \text{p)} 1 \frac{1}{5} - \frac{1}{5} : 2; & \text{a)} 3 : \frac{1}{2} - 0,4; \end{array}$$

$$\text{b)} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) : 0,5; \quad \text{v)} 7 \frac{1}{3} \cdot 5,5 - 3 \frac{1}{3} \cdot 5,5;$$

$$\text{a)} 3,75 \cdot 1 \frac{11}{14} - \frac{2}{7} \cdot 3 \frac{3}{4};$$

$$562. \quad \text{u)} \left( 1,6 - 2 \frac{1}{6} + \frac{41}{90} \right) \cdot 3 \frac{3}{5} - 0,25 : 1,25;$$

$$\text{p)} 3,25 : 3 \frac{1}{5} + 6,75 \cdot \left( \frac{47}{60} - 2 \frac{17}{45} + 1,65 \right);$$



$$\text{q)} 12 : 7 \frac{1}{22} + 7,5 : 12 + \frac{1}{4} : 0,4 \cdot (5,1 - 3,86);$$

$$\text{r)} 12 : 1 \frac{1}{2} + 13,2 : 11 + \left(0,7 : 1 \frac{3}{4}\right) \cdot (0,276 : 0,23);$$

$$563. \text{ u)} \left(14,05 - 1 \frac{1}{4}\right) : 0,04 - 13,8 \cdot 13;$$

$$\text{p)} \left(1,75 : \frac{2}{3} - 1 \frac{3}{4} : 1,25\right) \cdot 6;$$

$$\text{q)} \left(2 - \frac{1}{4} \cdot 0,8\right) : \left(0,16 : \frac{1}{2} + 0,01\right);$$

$$\text{r)} 3 \frac{3}{4} \cdot 12 + (2,55 + 2,7) \cdot \left(0,1 - \frac{1}{80}\right);$$

$$564. \text{ u)} \frac{10}{21} \cdot 2,1 - 3,04 : \frac{76}{25} + 20,02 \cdot \frac{50}{1001} - 125,125 : \frac{1001}{8};$$

$$\text{p)} 3 \cdot (0,1)^2 + 3 : 100 + 3 \cdot \frac{1}{100} - 3 \cdot 0,01 - 3 : 10^2 - 3 : 100;$$

$$\text{q)} \left(0,5 - \frac{1}{3} + 0,25 - \frac{1}{5}\right) : \left(0,25 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{7}{13};$$

$$\text{r)} 0,4 + 0,8 \left(5 - 0,8 \cdot \frac{5}{8}\right) - 5 : 2 \frac{1}{2};$$

$$565. \text{ u)} \frac{5}{12} : \left(\frac{1}{3} \cdot 2,5 - \frac{7}{8}\right) - 1,25;$$

$$\text{p)} \left(3 \frac{5}{18} - 7 \frac{1}{12} + 2 \frac{2}{9}\right) \cdot (2,448 : 1,2);$$

$$\text{q)} \left(\frac{5}{9} - 1 \frac{1}{6} \cdot 0,5\right) : \frac{5}{9} - \frac{1}{3};$$

$$\text{r)} \frac{1}{3} \cdot (0,216 : 0,2 - 0,12 \cdot 10);$$

$$\text{t)} \left(2,4 \cdot 0,5 - 2 : \frac{1}{2}\right) : 0,1;$$

$$\text{q)} 3,6 : \left(68,1 : 7,5 - 8 \frac{17}{20} + 2 \frac{1}{50}\right) + 4 \frac{5}{6} \cdot \frac{33}{58};$$

$$\text{t)} 0,3 - 4,2 : \left(2,25 - 1 \frac{7}{8} \cdot 3 \frac{1}{3}\right);$$

$$566. \text{ у) } \left( 3 \frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4 \frac{1}{2} \right) : \left( \frac{62}{75} - 0,16 \right);$$

$$\text{р) } \left( 8,5 - 7 \frac{3}{8} \right) \cdot 5 \frac{2}{3} - 1,8 \cdot \left( 3 \frac{1}{3} - 2 \frac{7}{9} \right);$$

$$567. \text{ у) } \frac{\left( 10 \frac{3}{7} - 4 \frac{5}{9} - 5 \frac{8}{21} \right) \cdot 6,3 + 0,02}{20};$$

$$\text{р) } \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}}{7,5 \cdot 3 + 3 \cdot 2,5};$$

$$\text{к) } \frac{8 \frac{3}{5} + 1 \frac{1}{2} : 1 \frac{3}{4} + 2 \frac{2}{5}}{\frac{1}{7} \cdot 15,5 - \frac{1}{7} \cdot 7,2};$$

$$568. \text{ у) } \frac{\left( 4,5 \cdot 1 \frac{2}{3} + 3,75 \right) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}};$$

$$\text{р) } \frac{0,134 + 0,05}{18 \frac{1}{6} - 1 \frac{11}{14} - \frac{2}{15} \cdot 2 \frac{6}{7}};$$

$$\text{к) } \frac{\left( 0,3 - \frac{3}{20} \right) \cdot 1 \frac{1}{2}}{\left( 1,88 + 2 \frac{3}{25} \right) \cdot \frac{1}{80}};$$

$$\text{н) } \frac{(0,6 + 0,425 - 0,005) \cdot 0,01}{30 \frac{5}{9} + 3 \frac{4}{9}};$$

$$569. \text{ у) } \frac{12,8 \cdot 3 \frac{3}{4} - 4 \frac{4}{11} \cdot 4,125}{2 \frac{4}{7} : \frac{3}{35}};$$

$$\text{р) } \frac{28,8 : 13 \frac{5}{7} + 6,6 \cdot 1 \frac{1}{2}}{1 \frac{1}{80} : 1,35};$$

$$\text{к) } \frac{6,72 : \frac{3}{5} + 1 \frac{1}{8} \cdot 0,8}{4,84 : 4} - 6 \frac{3}{8};$$

$$\text{н) } \frac{\left( 6 \frac{7}{12} - 3 \frac{17}{36} \right) \cdot 2,5 - 4 \frac{1}{3} : 0,65}{4 : \frac{1}{4} - 0,5};$$

$$570. \text{ у) } \frac{0,5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + 0,125}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{(3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25};$$

$$\text{р) } \frac{2 \frac{3}{4} : 1,1 + 3 \frac{1}{3} : \frac{5}{7}}{2,5 - 0,4 \cdot 3 \frac{1}{3}} - \frac{\left( 2 \frac{1}{6} + 4,5 \right) \cdot 0,375}{2,75 - 1 \frac{1}{2}};$$

571. ա)  $0,6^2$ ;  $1,12^3$ ;  $12,1^2$ ;  $0,007^2$ ;      բ)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ;  $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ ;  $\left(\frac{2}{7}\right)^2$ ;  $\left(\frac{9}{11}\right)^2$ ;

### Իրական թվեր

Համեմատեք (572-573).

572. ա)  $3^2$  և  $2^3$ ;      բ)  $2^5$  և  $5^2$ ;      գ)  $0,5^2$  և  $0,4^2$ ;

դ)  $1,1^2$  և  $2,1^2$ ;      ե)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2$  և  $\left(\frac{5}{4}\right)^2$ ;      զ)  $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^3$  և  $2,4^2$ ;

է)  $0,5^2$  և  $0,5^3$ ;      լ)  $\left(\frac{4}{5}\right)^2$  և  $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ ;      թ)  $(-0,3)^2$  և  $(-0,4)^2$ ;

573. ա)  $\left(\frac{1}{2}\right)^5$  և  $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ ;      բ)  $\left(\frac{1}{3}\right)^5$  և  $\left(\frac{1}{9}\right)^2$ ;      գ)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$  և  $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$ ;

դ)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$  և  $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$ ;      ե)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$  և  $\left(-\frac{1}{6}\right)^2$ ;

զ)  $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$  և  $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ ;      է)  $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2\right)$  և 1;

ը)  $\frac{1}{2} \cdot \left(\left(2 - \frac{1}{3}\right)^2 - 31 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) - 1$  և 1:

Թվային արտահայտությունների արժեքները դասավորեք աճման կարգով.

574. ա)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ ,  $\frac{5}{9}$ ;      բ)  $\frac{1}{2}$ ,  $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$ ,  $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ ,  $\left(-1 - \frac{1}{3}\right)^3$ ;

575. ա)  $(-0,5)^2$ ,  $-16,1$  և 4;      բ)  $(-5)^3$ , 0,1 և  $2,1^3$ ;

գ)  $8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ ,  $8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$  և  $8 : \left(-\frac{1}{2}\right)$ ;

576. Համեմատեք թվային արտահայտությունների արժեքները.

ա)  $(-0,2)^3 \cdot 105$  և  $\left(-\frac{6}{10}\right)^2$ ;      բ) 1,22 և 1,(4);

գ)  $2,(5)$  և  $\left(3 - \frac{2}{9} + 1 - \frac{8}{9}\right) \cdot \frac{1}{2}$ ;      դ)  $(-0,5^2 \cdot (-5)^3)$  և  $-31,(3)$ ;

է)  $92 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$  և 0,333;      զ)  $16^2 \cdot 8^3 \cdot 0,25^8$  և 2:

Թվերը դասավորեք աճման կարգով (577-578).

577. ա)  $\frac{2}{7}$ ;  $\frac{5}{21}$ ;  $\frac{11}{40}$ ;  $\frac{3}{11}$ ; 0,(01);      բ) 2,(5); 2,5; 2,(56);  
 գ) -2,(1); -2,1; -2,(01);      դ) -0,(4);  $-\frac{1}{3}$ ;  $-\frac{1}{4}$ ;  
 ե) 3,145926;  $\frac{22}{7}$ ; 3,(14);      զ) -3,(3);  $-3\frac{2}{9}$ ;  $-3\frac{2}{3}$ :

578.  $1\frac{1}{9}$ ; -0,21212121; 1,112;  $-\frac{1}{11}$ ; 1(1); -0,(21); -0,2:

579. ա) Ո՞րն է 0,9-ից փոքր և իր տասնորդական գրառման մեջ 9 թվանշան չպարունակող ամենամեծ իրական թիվը:  
 բ) Գոյություն ունի՞, արդյոք, 1-ից մեծ թվերի մեջ ամենափոքրը:  
 գ) Ո՞րն է 3,6-ից մեծ ամենափոքր իրական թիվը, որի անվերջ տասնորդական կտտորակի տեսքով գրառման մեջ բացակայում են 0, 1 և 2 թվանշանները:

580. Նշեք բոլոր այն  $a$  և  $b$  թվերը, որոնց համար ճիշտ է հավասարությունը.  
 ա)  $a + b = 0$ ;    բ)  $a - b = 0$ ;    գ)  $a \cdot b = 0$ ;    դ)  $a \cdot b = b$ :

581. Պարզեցրեք  $a + |a|$  և  $a - |a|$  արտահայտությունները, եթե  
 ա)  $a > 0$ ,                      բ)  $a = 0$ ,                      գ)  $a < 0$ :

582. Հաշվեք.  
 ա)  $12,5(67) - 12,5(67)$ ;                      բ)  $6,7(89) \cdot 0$ ;  
 գ)  $4,51(2) : 1$ ;                                  դ)  $0 : 0,0(654)$ :

583. *Գիմնագիտյի ինդիքների ժողովածուից* (XIX դ.).

ա) բազմապատկեք  $\frac{\left(4,5 + 2\frac{3}{5}\right) \cdot (17 - 15,5)}{(3,6 - 0,63) : (3,2 + 8,68)} + \frac{13,464}{0,36}$  -ը

0,1 :  $\left( \frac{(1,09 - 0,29) \cdot 1\frac{1}{4}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20}\right) \cdot \frac{8}{9}} + \frac{(11,81 + 8,19) \cdot 0,02}{9 : 11,25} \right)$  -ով:

բ) գումարեր  $\frac{\left(-\frac{7}{55} - 6,15454\dots\right) \cdot 1 \frac{3}{217}}{(0,4 - 0,15) : \frac{1}{4}}$  և  $\frac{\left(3 \frac{5}{8} + 1,375\right) : 0,5}{2 \frac{3}{4} : \left(3 \frac{7}{20} - 2,8\right)}$ :

գ) բաժանք

$$7 \frac{1}{2} + 6,833\dots + 5,(6) + \frac{13 \frac{3}{4} + 12 \frac{1}{2}}{0,5 - 0,0625} - \frac{\frac{2}{9} + 3,611\dots}{1,9166\dots - \frac{5}{6}} - 42 \frac{6}{13} - \frac{(6 - 4,5) : 0,003}{(3,05 - 2,65) \cdot 20} - \frac{(0,3 - 0,15) \cdot 1 \frac{1}{2}}{(1,88 + 2,12) \cdot 0,125} - \text{ը } 62,05\text{-ի վրա բաժանելուց ստացված քանորդի վրա:}$$

### Տարաչափ արտահայտություններ

584. Նկ. 35-ում ուղղանկյունը բաժանված է ուղղանկյունների:  
Գտեք բոլոր ուղղանկյունների մակերեսները:

585. Ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման դեպքում անցած ճանապարհի  $s$  երկարությունը հաշվվում է  $s = vt$  բանաձևով, որտեղ  $v$ -ն արագությունն է,  $t$ -ն՝ շարժման ժամանակը:

ա) Արտահայտեք  $v$ -ն  $s$ -ով և  $t$ -ով:

Հաշվեք  $v$ -ն, եթե  $s = 20$  կմ,  $t = 2$  ժամ:

բ) Արտահայտեք  $t$ -ն  $s$ -ով և  $v$ -ով:

Հաշվեք  $t$ -ն, եթե  $s = 1200$  մ,  $v = 20$  կմ/ժ:

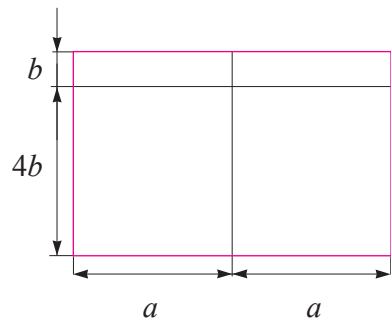
586. Ուղղանկյան  $S$  մակերեսը հաշվվում է  $S = ab$  բանաձևով, որտեղ  $a$ -ն և  $b$ -ն ուղղանկյան կողմերն են:

ա)  $a$ -ն արտահայտեք  $S$ -ով և  $b$ -ով:

Հաշվեք  $a$ -ն, եթե  $S = 400$  սմ<sup>2</sup> և  $b = 0,2$  մ:

բ) Արտահայտեք  $b$ -ն  $S$ -ով և  $a$ -ով:

Հաշվեք  $b$ -ն, եթե  $S = 1,6$  կմ<sup>2</sup> և  $a = 20$  մ:



Նկ. 35





603. Աստղանիշի փոխարեն գրեք այնպիսի միանդամ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $6a + 4b = * (3a + 2b)$ ;

բ)  $10x - 15y = - * (2x - 3y)$ ;

գ)  $6x - 6 = * (1 - x)$ ;

դ)  $a^2 - \frac{1}{4}b^2 = * (b^2 - 4a^2)$ ;

604. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $4aab - 5ba^2 + 7a^2b - aba$ ;

բ)  $25aa^2b^3 + 2a^3b \cdot 5b^2 - a^2b^2 \cdot 8ab - 9a^3b^3 + 8aa^2b^3$ ;

գ)  $3pq - (p + q)^2$ ;

դ)  $7a^2 - (5a^2 - 6m^3)$ ;

ե)  $x + (y - (x - y))$ ;

զ)  $x - ((y - x) - y)$ ;

է)  $(4a^2 - 5b^2)(5a^2 - 4b^2)$ ;

ը)  $(7ab^2 + 3b^3)(2ab^3 - 4a^2)$ ;

թ)  $(a^2 + 3ab - 2b^2)(2a^2 - 3b)$ ;

ժ)  $(3x^2 - 4x + 7)(5x^2 - x)$ ;

605. Արտահայտությունը ձևափոխեք այնպես, որ նրա առջև դրված նշանը փոխարինվի հակադիրով.

ա)  $(2x - 3)$ ;

բ)  $-(m - 3n)$ ;

գ)  $-(-2p + 3q)$ ;

դ)  $(-a - 2b)$ ;

606. A և B միանդամներն ընտրեք այնպես, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $2a^2b^4 - 4a^3b^2 = A \cdot (b^2 - 2a)$ ;

բ)  $A - 4x^2y^4 = 2x^2y^2(3x - B)$ ;

գ)  $10mn^4 + A = 5mn^2 \cdot (B + 3n)$ ;

դ)  $(x - 2)(x + 3) = x^2 + A - 2x - B$ ;

ե)  $(a - A)(B - 1) = a^2 - a - ab + b$ ;

զ)  $(A + B)(p + q) = p^2 + pq + pq + q^2$ ;

607. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $(x - 1)(x + 1)$ ;

բ)  $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ ;

գ)  $(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ ;

608. Արտահայտությունը ձևափոխեք բազմանդամի.

ա)  $(a + b + c)^2$ ;

բ)  $(x + y - z)^2$ ;

գ)  $(m + n + k)^2$ ;

դ)  $(a - b - c)^2$ ;

ե)  $(p + x + c + d)^2$ ;

զ)  $(a + m - k - q)^2$ ;

609. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա)  $(2x + y - 3z)^2 - (x - 2y + 2z)^2$ ;

բ)  $(m - 4n + 5z)^2 - (3m - n - 3k)^2$ ;



$$\begin{aligned} & \text{զ) } (4 - 2p + q^2)^2 - (3p^2 - 5q + 7)^2; \\ & \text{ղ) } (a + b + c)^2 + (a - b - c)^2 + (b - a - c)^2 + (c - a - b)^2: \end{aligned}$$

610. A, B և C-ի փոխարեն ընտրեք այնպիսի միանդամներ, որ տեղի ունենա հավասարությունը.

ա)  $2x^2 + 7x - 15 = (2x - 3)(x + A)$ ;

բ)  $(8 - 2x)(4 - x) = A - 16x + 32$ ;

գ)  $(3a^2 - b)(4b - a^2) = -3a^4 + A - 4b^2$ ;

դ)  $(4x^2y^2 + A)^2 = B + C + 0,01y^8$ ;

ե)  $(8a^4b^3 - A)^2 = B - C + 0,16b^4$ :

611. Առանձնացրեք լրիվ քառակուսի.

ա)  $x^2 + 4x + 1$ ;      բ)  $4b^2 + 8b + 6$ ;      գ)  $a^2 - 2a + 3$ :

612. Ապացուցեք, որ

ա) Կենտ բնական թվի քառակուսին կենտ թիվ է:

բ)  $A = m - 1$  դեպքում  $A^2 + A + m$  արտահայտությունը լրիվ քառակուսի է:

գ) Ցանկացած  $n$  ամբողջ թվի համար  $n(n + 1)(2n + 1)$  արտադրյալը բաժանվում է 6-ի:

դ) Իրար հաջորդող երկու կենտ թվերի գումարը բաժանվում է 4-ի:

ե) Ցանկացած երկու կենտ թվերի քառակուսիների տարբերությունը բաժանվում է 4-ի:

զ) Կենտ թվի քառակուսուց մեկով պակաս թիվը բաժանվում է 8-ի:

է) Բնական թվի խորանարդի և այդ բնական թվի տարբերությունը բաժանվում է 6-ի:

613. Իմանալով, որ  $x^3 - x$ -ը (որտեղ  $x$ -ը ամբողջ թիվ է) բաժանվում է 6-ի, ապացուցեք, որ  $x^3 - 7x$ ,  $x^3 + 11x$ ,  $5x^3 + 13x - 30$  արտահայտությունները բաժանվում են 6-ի:

614. Ապացուցեք, որ ցանկացած  $x$  ամբողջ թվի համար

ա)  $x^2 + x$  բազմանդամի արժեքը գույգ թիվ է;

բ)  $x^3 - x$ -ը բաժանվում է 3-ի:

615. Ապացուցեք, որ չորս իրար հաջորդող բնական թվերի արտադրյալից 1-ով մեծ թիվը լրիվ քառակուսի է:

616. Ճիշտ է, արդյոք, որ եթե  $x$ -ը ամբողջ թիվ է և  $5x + 9$ -ը բաժանվում է 17-ի, ապա  $10x + 1$  արտահայտությունը նույնպես բաժանվում է 17-ի:

617. Ապացուցեք, որ եթե մի որևէ  $a$  և  $b$  ամբողջ թվերի համար  $4a - 5b$  արտահայտությունը բաժանվում է 13-ի, ապա  $8a - 23b$  արտահայտությունը նույնպես բաժանվում է 13-ի:
618. Ապացուցեք, որ եթե  $3a + 4b + 5c$  արտահայտությունը, որտեղ  $a$ ,  $b$  և  $c$ -ն ամբողջ թվեր են, բաժանվում է 11-ի, ապա  $9a + b + 4c$ -ն նույնպես բաժանվում է 11-ի:
619. Ապացուցեք, որ եթե որոշ  $x$  և  $y$  ամբողջ թվերի համար  $x^2 + 9xy + y^2$  արտահայտությունը բաժանվում է 11-ի, ապա  $x^2 - y^2$ -ն նույնպես բաժանվում է 11-ի:
620. Ապացուցեք, որ  
ա)  $7^{10} - 7^9 - 7^8$ -ը բաժանվում է 41-ի,  
բ)  $9^{100} - 9^{99} + 9^{98} - 9^{97}$ -ը բաժանվում է 41-ի:
621. Ապացուցեք, որ 2-ի երեք հաջորդական բնական աստիճանների գումարը բաժանվում է 7-ի:
622. Ապացուցեք նույնությունը.  
ա)  $\frac{1}{2}(m+n)^2 + \frac{1}{2}(m-n)^2 = m^2 + n^2$ ;  
բ)  $\left(\frac{1}{2}(m+n)\right)^2 - \left(\frac{1}{2}(m-n)\right)^2 = mn$ ;  
գ)  $(7b - 5c)^2(b + 2c) - b((7b + 2c)^2 - 119c^2) = 50c^3$ ;  
դ)  $(3a - 2x)^2(a + 3x) - ((a - x)(a^2 + 16ax - 16x^2) - 4x^3) = 8a^3$ ;  
ե)  $c(8c + 3a)^2 - ((8c - a)^2(c + a) + 24a^2c) = -a^3$ ;  
զ)  $(a + b)^3 - 3ab(a + b) = a^3 + b^3$ ;  
է)  $(x + y)^3 + 3xy(x - y) = x^3 - y^3$ ;  
ը)  $(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3 = 3(a - b)(b - c)(c - a)$ :
623. Ապացուցեք, որ ցանկացած  $n$  ամբողջ թվի համար.  
ա)  $(n - 2)^3 - (n(3 + (n - 3)^2) - 10)$  հավասար է 2-ի,  
բ)  $(5 + 3n)^2(4 - n) - n(96 - (3n - 1)^2)$  հավասար է 100,  
գ)  $(6n + 7)^2 - 2(n - 3)(6n + 7) + (n - 3)^2$  5-ի բազմապատիկ է,  
դ)  $(2n + 7)^2 - 2(2n + 7)(2n - 3) + (2n - 3)^2$  10-ի բազմապատիկ է:

Վերլուծեք արտադրիչների (624-628).

624.    ա)  $4x^2 - 9$ ;                      բ)  $x^4 - 1$ ;                      գ)  $x^6 - 1$ ;  
          դ)  $x^2 - 1$ ;                      ե)  $x^8 - 4x^4 + 4$ ;                զ)  $9x^6 + 6x^3 + 1$ :

625.    ա)  $x^6 + x^2 + 2$ ;                      բ)  $x^6 + x^2 - 2$ ;  
          գ)  $x^5 + x + 1$ ;                      դ)  $x^5 + x - 1$ :

626.    ա)  $x^5 - 1$ ;                                      բ)  $x^6 - 1$ :

627.    ա)  $bc(b + c) + ac(c - a) - ab(a + b)$ ;  
          բ)  $a^2b^2(b - a) + b^2c^2(c - b) + c^2a^2(a - c)$ ;  
          գ)  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ :

628.    ա)  $m^3 - 5m^2 - 4m + 20$ ;                      բ)  $4ay - 3ay^2 + 3xy^2 - 4xy$ ;  
          գ)  $4b^2x - 6x - 24b^2y + 36y$ ;                դ)  $2ma + mb - mc - 2na - nb + nc$ ;  
          ե)  $k^4 + k^2 - 20$ ;                              զ)  $m^3 - 3m + 2$ ;  
          է)  $y^4 - y^2(z^2 + 1) + z^2$ ;                      լ)  $c^2 + cd + c - 2d^2 + 2d$ :

629. Տառերի ինչպիսի արժեքների դեպքում տրված արտահայտությունը հավասար է զրոյի.

          ա)  $3b$ ;                                      բ)  $2(a + 1)$ ;                      գ)  $xy$ ;  
          դ)  $m(n - 1)$ ;                              ե)  $(x - 3)(x - 2)$ ;                զ)  $(2 - y)(y + 3)$ ;  
          է)  $(x - 5)^2$ ;                              լ)  $(m + 2)^2$ :

630. Ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Անդրիեն Մարի Լեժանդրը առաջարկեց պարզ թվերի այսպիսի բանաձև՝  $P = 2x^2 + 29$ : Քանի՞ պարզ թիվ է տալիս այդ բանաձևը, եթե նրա մեջ  $x$ -ի փոխարեն տեղադրենք հաջորդական ամբողջ թվեր՝ սկսած  $-28$ -ից: Հաշվարկները կատարեք մինչև առաջին բաղադրյալ թիվը ստանալը:

631. Ապացուցեք, որ  $a$ -ի և  $b$ -ի ցանկացած ամբողջ արժեքների համար կգտնվի  $x$ -ի այնպիսի ամբողջ արժեք, որ  $ax^2 + bx + 29$  բազմանդամի արժեքը կլինի բաղադրյալ թիվ:

Գտեք արտահայտության արժեքը (632-633).

632.    ա)  $(5a + 3)(5a - 3)$  եթե  $a = 2$ ;  
          բ)  $(a - 2)(a + 3) - (5 - a)(4 - a)$  եթե  $a = -2$ ;  
          գ)  $5a^2 - 10ab + 5b^2$  եթե  $a = 124$ ,  $b = 24$ ;  
          դ)  $ax^2 + 2axy + ay^2$  եթե  $a = 4$ ,  $x = 71$ ,  $y = 29$ :

633.    у)  $(3x - 2y)^2 - (2x - y)^2$  երբ  $x = 2,35, y = -1,65$ ;  
           բ)  $(2m - n)^2 + (m + 2n)^2$  երբ  $m = 3,2, n = -3,4$ ;  
           գ)  $(6a - 1)^2 - ((10a + 3)(10a - 3) - (8a + 1)^2)$  երբ  $a = -0,05$ ;  
           դ)  $((k + 4)^2 - (k + 3)^2)^2 - 4(k - 3)(k + 10)$  երբ  $k = 1,375$ ;  
           ե)  $5mn(m + 5n) - 9n^3 - (4mn^2 - (m + n)(5m - 3n)^2)$  երբ  $m = -0,2, n = \frac{1}{2}$ ;  
           զ)  $(x - 2y)(4x - 3y)^2 - (57xy - 2y)(28x^2 + 9y^2)$  երբ  $x = -0,5, y = \frac{1}{19}$ ;  
           է)  $(4a - 3b)^2(b - a) - (9b^3 - a(4a - 5b)^2)$  երբ  $a = -0,4, b = \frac{1}{2}$ ;  
           ը)  $(2x - 9y)^2(x + y) - (y(9y + 2,5x)^2 + x^2(4x + 1,75y))$  երբ  $x = -5, y = 0,1$ :

Հաշվեք (634-638).

634.    ա)  $60^2 - 10^2$ ;                    բ)  $120^2 - 80^2$ ;                    գ)  $38^2 - 12^2$ ;  
           դ)  $63^2 - 17^2$ ;                    ե)  $15^2 - 25^2$ ;                    զ)  $19^2 - 29^2$ ;  
           է)  $64^2 - 7^2$ ;                    ը)  $144 - 11^2$ ;                    թ)  $13^2 - 9 \cdot 25$ :

635.    ա)  $\frac{1}{2} + \frac{53^2 - 27^2}{31^2 - 25^2} - \frac{53^2 - 27^2}{58^2 - 22^2}$ ;                    բ)  $\frac{77^3 - 69^3}{70^2 - 62^2} - \frac{77^3 + 41^3}{125^2 - 49} - \frac{1}{2}$ ;  
           գ)  $\frac{65^2 - 32^2 - 97 \cdot 11}{61^2 - 36^2} + \frac{56^2 - 26^2}{66^2 - 16^2}$ ;                    դ)  $\frac{109^2 + 160 \cdot 32 - 51^2}{139^2 - 11^2} + \frac{42^2 - 36}{84^2 - 12^2}$ :

636.    ա)  $\frac{(9,126 : 0,65 + 0,46) \cdot 7,18 + 1,45 \cdot 28,2}{3,45^2 - 0,55^2}$ ;  
           բ)  $\frac{3,05^2 - 2,55^2}{0,35 \cdot 388 - 28,8 \cdot (20,56 - 14,501 : 0,85)}$ ;  
           գ)  $\frac{\left(3 \frac{9}{20} + 1 \frac{1}{6}\right) : 27,7 + 5 \frac{1}{7} \cdot 3,85 - 14 \frac{3}{20}}{\left(1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 : 1 \frac{1}{8}\right) : \frac{7}{12}}$ :

637.    ա)  $\frac{(12,4^2 - 4 \cdot 2^2) \cdot 0,49}{0,5^3 - 0,3^3}$ ;                    բ)  $\frac{0,8^3 + 0,3^3}{(7,5^2 - 3,1^2) \cdot 0,049}$ ;  
           գ)  $\frac{14^2 - 15^2 + 6^2}{12^2 - 13^2 + 15^2}$ ;                    դ)  $\frac{19^2 - 2 \cdot 19 \cdot 18 + 18^2}{0,7^3 - 0,9^3}$ :

$$638. \quad \text{ա) } \frac{\left(\frac{97^3 - 53^3}{44} + 97 \cdot 53\right) : (152,5^2 - 27,5^2)}{(36,5^2 - 17,5^2) : \left(\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33\right)};$$

$$\text{բ) } \frac{(94,5^2 - 30,5^2) : \left(\frac{69^3 + 29^3}{98} - 69 \cdot 29\right)}{(133,5^2 - 58,5^2) : \left(\frac{79^3 - 41^3}{38} + 79 \cdot 41\right)};$$

### Գծային հավասարումներ

Լուծեք հավասարումը (639-652).

$$639. \quad \begin{array}{lll} \text{ա) } x - 11 = 17; & \text{բ) } 6 + x = 2; & \text{գ) } 12 + x = -6; \\ \text{դ) } x + 13 = 5; & \text{ե) } 7x = -14; & \text{զ) } -17x = 51; \\ \text{է) } 6x = 7; & \text{ը) } 2x = -13; & \text{թ) } -x = 2; \end{array}$$

$$640. \quad \begin{array}{lll} \text{ա) } x + 2 = 1; & \text{բ) } x - 3 = 2; & \text{գ) } 2x = 3; \\ \text{դ) } \frac{1}{2}x = 4; & \text{ե) } 2x + 5 = 2; & \text{զ) } 2x - \frac{1}{2} = 1; \\ \text{է) } 1 - x = 3; & \text{ը) } 2 - x = 7; & \end{array}$$

$$641. \quad \begin{array}{lll} \text{ա) } x - 5 = 6; & \text{բ) } 5 + x = 3; & \text{գ) } x + 7 = 7; \\ \text{դ) } x - 6 = 6; & \text{ե) } x + 3 = -6; & \text{զ) } x + 12 = 7; \\ \text{է) } 2 + x = -1; & \text{ը) } x - 3 = -3; & \text{թ) } 2x = 4; \\ \text{թ) } -5x = 100; & \text{ժ) } 3x = 2; & \text{հ) } 11 = 5x; \\ \text{լ) } 2x = 0; & \text{իւ) } -x = 1; & \text{ծ) } \frac{1}{2}x = 3; \end{array}$$

$$642. \quad \begin{array}{ll} \text{ա) } 3x + 2x = 10; & \text{բ) } 5x + x = 6; \\ \text{գ) } 4x - 3x = 5; & \text{դ) } 4x + 2x - x = 10; \end{array}$$

$$643. \quad \begin{array}{ll} \text{ա) } 3x - x = 8; & \text{բ) } 2x - 3x + 2 = 5; \\ \text{գ) } 3x - 7 - 5x + 4x = 1; & \text{դ) } 2y - 5 - 12y + 3 + 3y = 12; \end{array}$$

$$644. \quad \begin{array}{ll} \text{ա) } 2x + (3x + 1) = 4; & \text{բ) } (2x + 5) + (3x - 8) = 7; \\ \text{գ) } 2x - (x - 1) = 3; & \text{դ) } (2x - 3) - (x + 1) = 1; \end{array}$$



653. **Ահմեսի մագաղաթից** (մոյր 2000թ. մ.թ.ա.): Լուծեք հավասարումը.

ա)  $x + \frac{1}{5}x = 21;$

բ)  $\left(x + \frac{2}{3}x\right) - \frac{1}{3}\left(x + \frac{2}{3}x\right) = 10;$

գ)  $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 10;$

դ)  $x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x = 37;$

ե)  $3x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x = 1:$

Լուծեք հավասարումը՝ համարելով, որ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  և  $y$ -ը տրված թվեր են, իսկ  $x$ -ը՝ անհայտ (654-657).

654. ա)  $x - a = 0;$

բ)  $x + a = 1;$

գ)  $x + a = 2b;$

դ)  $c + x = a - b;$

ե)  $x + y = 2;$

զ)  $y - 3 = a + x;$

655. ա)  $2x = a;$

բ)  $ax = 1, a \neq 0;$

գ)  $bx = c, b \neq 0;$

դ)  $cx = -y, c \neq 0;$

ե)  $xy = 0,5, y \neq 0;$

զ)  $-ax = b, a \neq 0:$

656. ա)  $6(x - a) = 7(x + b);$

բ)  $5(x + b) = 3(a - x);$

գ)  $a(b + x) = 3a - (x - a)b, a + b \neq 0;$

դ)  $2a - (a + b)x = (a - b)x, a \neq 0;$

ե)  $c - (c + a)x = (a - c)x - (b + ax), a \neq 0;$

զ)  $ax - b(a - x) = c(b - x) - b(c - x), a + c \neq 0:$

657. ա)  $(x + a) + (2x - 3a) = a;$

բ)  $(2b - 3x) + (x - 5b) = 4x + 6b;$

գ)  $(2x - c) - (5c - x) = 3c;$

դ)  $3x - (a - 2x) = 7x - (x + 3a):$

658. Լուծեք հավասարումը, համարելով, որ  $a$ ,  $b$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $q$  և  $y$ -ը տրված թվեր են, իսկ  $x$ -ը՝ անհայտ.

ա)  $ax = 3 + b;$

բ)  $2px = q;$

գ)  $kx + y = 0;$

դ)  $2yx - q = 3;$

ե)  $2m - nx = 1;$

զ)  $3a^2b - 6abx = ab:$

659. **Գիոֆանդի «Թվաբանություն»-ից** (III դ.): Լուծեք հավասարումը.

$$(b + x)a = \frac{(a + b)x + (a + x)b}{2},$$

որտեղ  $x$ -ը անհայտ է,  $a$ -ն և  $b$ -ն տված թվեր են:

Պարզեք՝ ինչ պայմանի դեպքում.

ա) հավասարումն ունի միակ արմատ,

բ) հավասարումն արմատ չունի,

գ) հավասարման արմատ է հանդիսանում ցանկացած թիվ:

## Տեքստային խնդիրներ

660. Խնդիրը լուծեք՝ կազմելով թվային արտահայտություն.

ա) Գնել են 1 կգ-ը 300 դրամ արժողությամբ 3 կգ խնձոր և 2,5 կգ տանձ, որի 1 կգ-ը 100 դրամով թանկ է խնձորի 1 կգ-ից: Որքա՞ն գումար է ծախսված:

բ) Առաջին բրիգադում 12 բանվոր են, երկրորդում՝ 3 անգամ ավելի, քան առաջինում, իսկ երրորդում՝ 22-ով պակաս, քան առաջին և երկրորդ բրիգադներում միասին վերցված: Քանի՞ բանվոր կար երրորդ բրիգադում:

661. Տակառում կար 6 լ կվաս: Տակառից դատարկեցին 5 անգամ ավելի, քան այնտեղ մնաց: Քանի՞ լիտր կվաս մնաց տակառում:

662. ա) Երկու գյուղերի միջև եղած հեռավորությունը 18 կմ է:

Ճանապարհորդն անցավ 5 անգամ ավելի, քան մնաց անցնելու: Քանի՞ կմ նա անցավ:

բ) Աշակերտը հաշվեց, որ օրվա անցած մասը 2 անգամ քիչ է մնացած մասից: Ինչքա՞ն ժամանակ է անցել օրվա սկզբից:

գ) Միքայելը հաշվեց, որ տարվա սկզբից անցել է 4 անգամ շատ օրեր, քան մնացել է մինչև տարվա վերջը: Ո՞ր ամսում է նա կատարել հաշվարկը:

663. Եղբայրը և քույրը հավաքում են բացիկներ: Եղբոր մոտ 2 անգամ ավելի բացիկներ կան, քան քրոջ մոտ, իսկ ընդամենը նրանք ունեն 60 բացիկ: Նրանցից յուրաքանչյուրը քանի՞ բացիկ ունի:

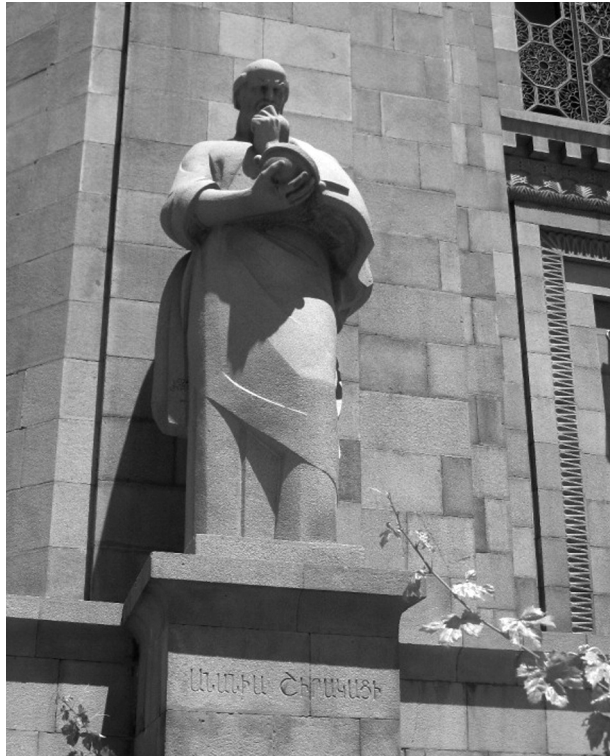
664. **Հնագույն խնդիր:** Երեք դերձակներ միասին վաստակեցին 21 ռուբլի 15 կոպեկ (1 ռ. = 100 կոպ.), ընդ որում՝ առաջինն աշխատել է 4 օր՝ յուրաքանչյուր օրը 10 ժամ, երկրորդը՝ 5 օր, օրական 9 ժամ և երրորդը՝ 7 օր, օրական 8 ժամ: Նրանցից յուրաքանչյուրը որքա՞ն կվաստակի իր աշխատանքի վրա ծախսված ժամանակին համապատասխան:

665. ա) Երկու թվերի գումարը 106 է, իսկ տարբերությունը՝ 42: Գտեք այդ թվերը:

բ) Երկու թվերի գումարը 201 է, իսկ տարբերությունը՝ 99: Գտեք այդ թվերը:



666. ա) Թվերից մեկը մեծ է մյուսից 56-ով: Նրանց գումարը 420 է: Գտեք այդ թվերը:  
բ) Թվերից մեկը փոքր է մյուսից 105-ով: Նրանց գումարը 203 է: Գտեք այդ թվերը:
667. ա) Առաջին գրադարակում 2 անգամ ավելի գիրք կա, քան երկրորդում, բայց 23-ով պակաս, քան երկու գրադարակներում միասին: Քանի՞ գիրք կա յուրաքանչյուր գրադարակում:  
բ) Շաբաթ օրը խանութը վաճառեց 3 անգամ ավելի կոնֆետ, քան ուրբաթ օրը, բայց 50 կգ-ով պակաս, քան երկու օրը միասին: Քանի՞ կգ կոնֆետ է վաճառվել այդ օրերից յուրաքանչյուրում:
668. ա) Մի թիվը մեծ է մյուսից 5-ով, իսկ նրանց գումարը 19 է: Գտեք այդ թվերը:  
բ) Թվերից մեկը 5-ով փոքր է մյուսից, իսկ նրանց գումարը 19 է: Գտեք այդ թվերը:  
գ) Թվերից մեկը 5 անգամ մեծ է մյուսից, իսկ նրանց գումարը 19 է: Գտեք այդ թվերը:  
դ) Թվերից մեկը 5 անգամ փոքր է մյուսից, իսկ նրանց գումարը 19 է: Գտեք այդ թվերը:
669. Երկու գրքերի համար վճարեցին 1500 դրամ: Որքա՞ն արժե դրանցից յուրաքանչյուրը, եթե դրանցից մեկը 400 դրամով թանկ է մյուսից:
670. **Անանիա Շիրակացու** (*VII դարի հայ մաթեմատիկոս, աստղագետ*) խնդիրներից.  
ա) Մի վաճառական անցավ երեք քաղաքներով: Առաջին քաղաքում նրանից մաքս վերցրեցին ունեցածի կեսը և երրորդ մասը, երկրորդ քաղաքում հաշվեցին ինչ որ ուներ, վերցրեցին մնացածի կեսը և երրորդ մասը, իսկ երրորդ քաղաքում դարձյալ հաշվեցին և վերցրեցին մնացածի կեսը և երրորդը: Եվ երբ այդ մարդը տուն հասավ, նրա մոտ մնացել էր 11 դահեկան (դրամի միավոր է):  
Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան ուներ:  
բ) Մի նավակ էի ուզում սարքել, բայց ունեի ընդամենը երեք դահեկան, ուրիշ ոչինչ չունեի: Դիմեցի իմ մերձավորներին. «Տվեք ինձ ամեն մեկը մի բան, որ կարողանամ սարքել նավակը»: Նրանցից մեկը տվեց նավակի կշռի երրորդ մասի (արժեքը), մեկը՝ չորրորդի, մեկը՝ վեցերորդի, մեկը՝ յոթերորդի և մեկն էլ՝ քսանութերորդի: Ես սարքեցի նավակը:  
Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան (արժեքի) էր նավակը:



Ամանիա Ծիրակայի

զ) Մի կարասի մեջ գինի կար, որ վարդով էին պատրաստել: Եվ կար նաև երեք խեցե սափոր: Ես հրամայեցի գինին լցնել այդ սափորների մեջ: (Սափորներից) մեկը տարավ ամբողջ գինու երրորդ փասը, մեկը՝ վեցերորդ, իսկ մյուսը՝ տասնչորսերորդ փասը: Մնացած գինին, որ այլ ամանների մեջ լցրին, 54 փաս էր:

Արդ՝ իմացիր, թե քանի՞ փաս էր ամբողջ գինին:

դ) Ես ունեի մի ազնվացեղ ձի: Այդ ձին վաճառելով՝ ստացած գումարի քառորդով կովեր գնեցի, յոթերորդով այծեր, տասներորդով՝ եզներ, իսկ մնացած 318 դահեկանով գնեցի յշխարներ:

Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ դահեկան է անում:

ե) Յորենով լի մի նավ էր գնում: Մի կետ հետապնդեց նրան: Նավորդները վախեցան և ցորենի կեսը իբրև կեր զցեցին նրան: Երկրորդ օրը զցեցին մնացած ցորենի հինգերորդ մասը, երրորդ օրը՝ ութերորդը, չորրորդ օրը՝ յոթերորդը: Նավահանգիստ հասան, մնացել էր ընդամենը 7200 (կայթ)<sup>(1)</sup> ցորեն:

Արդ՝ իմացիր, թե ընդամենը քանի՞ (կայթ) էր ցորենը:

(1) Կայթ - Հայաստանում գործածվող կշռի միավոր, հավասար է 18 կիլոգրամ 584 գրամի:

զ) Ես ունեի մի մետաղյա ջրաման, որը ջարդեցի և պատրաստեցի ուրիշ ամաններ: Երբորդ մասից պատրաստեցի մի սան, չորրորդ մասից՝ մի ուրիշ սան, հինգերորդ մասից՝ երկու բաժակ, վեցերորդից՝ երկու սկուտեղ, իսկ 210 դրամից (կշռի միավոր)՝ մեկ սկահակ:

Արդ՝ իմացիր, թե ի՞նչ քաշ ունեի մետաղյա ջրամանը:

671. Գետի հոսանքի արագությունը 2,5 կմ/ժ է, իսկ մոտորանավակի սեփական արագությունը՝ 20 կմ/ժ: Քանի՞ ժամում մոտորանավակը նավամատույցների միջև եղած 12,6 կմ հեռավորությունը կգնա և կվերադառնա:

672. Մոսկվայից Կուրսկ 537 կմ է: Մոսկվայից Կուրսկ մեկնեց գնացքը 60 կմ/ժ արագությամբ: 6 ժամ անց, ժամը 20 անց 55 բուպեին միջանկյալ կայարանում գնացքը հանդիպեց Կուրսկից Մոսկվա գնացող գնացքին, որը Կուրսկից դուրս էր եկել ժամը 17 անց 55 բուպեին: Ի՞նչ արագությամբ էր շարժվում երկրորդ գնացքը մինչև հանդիպումը:

673. ա) Գտեք 324-ի  $\frac{3}{4}$  մասը:

բ) Գտեք այն թիվը, որի  $\frac{3}{4}$  մասը հավասար է 324:

գ) 180-ը 450-ի  $n^{\circ}$ ր մասն է կազմում:

674. ա) Գտեք այն թիվը, որի  $\frac{2}{5}$  մասը հավասար է 600-ի  $\frac{3}{5}$  մասին:

բ) Գտեք այն թիվը, որի 0,6 մասը հավասար է 120-ի 0,1 մասին:

675. ա) Գտեք 400-ի 0,13 մասը:

բ) Գտեք այն թիվը, որի 0,3 մասը հավասար է 999:

676. ա) Գտեք 40-ի 13%-ը:

բ) Գտեք այն թիվը, որի 12%-ը հավասար է 24-ի:

գ) 480-ի  $n^{\circ}$ ր տոկոսն է կազմում 360-ը:

677. ա) 250-ը փոքրացրեք իր  $\frac{2}{5}$  մասով:

բ) 300-ը մեծացրեք իր  $\frac{4}{15}$  մասով:

678. ա) Թիվը փոքրացրին իր  $\frac{1}{9}$  մասով և ստացան 80: Գտեք այդ թիվը:  
 բ) Թիվը մեծացրին իր  $\frac{3}{7}$  մասով և ստացան 500: Գտեք այդ թիվը:
679. 12000 դրամ գումարը բանկում ավելացավ 5%-ով: Ինչպիսի՞ գումար ստացվեց:
680. Մեր դասարանում կա 30 աշակերտ: Անցյալ տարի դասարանի  $\frac{3}{5}$  մասը ստանում էր միայն «9» և «10» գնահատականներ: Այս տարի «9» և «10» գնահատականներ ստացող աշակերտների թիվն ավելացավ  $\frac{1}{9}$  մասով: Հիմա քանի՞ աշակերտ է ստանում միայն «9» և «10» գնահատականներ:
681. ա) Առաջին խողովակով ավազանը լցվում է 12 ժամում, իսկ երկրորդով՝ 24 ժամում: Երկու խողովակով միասին քանի՞ ժամում կլցվի ավազանը:  
 բ) Առաջին բրիգադը առաջադրանքը կարող է կատարել 36 օրում, իսկ երկրորդը՝ 45 օրում: Երկու բրիգադները միասին քանի՞ օրում կկատարեն առաջադրանքը:
682. ա) Երկու գյուղից իրար հանդեպ միաժամանակ շարժվեցին երկու հեծանվորդ: Քանի՞ թույլեց նրանք կհանդիպեն, եթե նրանցից առաջինը գյուղերի միջև եղած հեռավորությունն անցնում է 30 թույլեում, իսկ երկրորդը՝ 45 թույլեում:  
 բ) Հետիոտնը երկու գյուղի միջև եղած ճանապարհը կարող է անցնել 6 ժամում, իսկ հեծանվորդը՝ 3 ժամում: Քանի՞ ժամից նրանք կհանդիպեն, եթե այդ գյուղերից միաժամանակ շարժվեն իրար հանդեպ:
683. Վարպետներից մեկը պատվերը կարող է կատարել 2,4 ժամում, իսկ մյուսը՝ 4 ժամում: Աշխատելով միասին՝ քանի՞ ժամում նրանք կկատարեն պատվերը:
684. Հումքի առկա պաշարը առաջին արտադրամասի աշխատանքի համար կբավարարի 30 օր, իսկ երկրորդ արտադրամասի աշխատանքի համար՝ 42 օր: Կբավարարի՞ այդ պաշարը երկու արտադրամասերի 18 օր համատեղ աշխատանքի համար:

685. Առաջին բրիգադը, աշխատելով առանձին, առաջադրանքը կարող է կատարել 3 օրում, իսկ երկրորդ բրիգադի հետ համատեղ՝ 2 օրում: Քանի՞ օրում երկրորդ բրիգադը, աշխատելով առանձին, կկատարի առաջադրանքը:
686. **Գ. Պոյայի խնդիրը:** Թոմն աշխատանքը կարող է կատարել 3 ժամում, Դիկը՝ 4 ժամում, Հարրին՝ 6 ժամում: Որքա՞ն ժամանակում նրանք միասին կկատարեն աշխատանքը (ենթադրվում է, որ նրանք իրար չեն խանգարում):
687.  $a$  թիվը բաժանեք  $2 : 3$  հարաբերությամբ, եթե  
 ա)  $a = 200$ ; ք)  $a = 355$ :
688.  $777$ -ը բաժանեք  $m : n$  հարաբերությամբ, եթե  
 ա)  $m = 3, n = 4$ ; ք)  $m = 6, n = 1$ :
689. Երկու քույր հավաքում են բացիկներ: Ավագ քույրը  $n$  անգամ ավելի բացիկներ ունի, քան կրտսեր քույրը: Նրանցից յուրաքանչյուրը քանի՞ բացիկ ունի, եթե երկուսով միասին ունեն  $m$  բացիկ: Լուծեք խնդիրը, եթե  
 ա)  $n = 3, m = 280$ ; ք)  $n = 4; m = 395$ :
690. Խանութ բերեցին  $m$  կգ ձմերուկ և սեխ: Չմերուկների կշիռը  $n$  անգամ մեծ է սեխերի կշռից: Որքա՞ն է սեխերի կշիռը, եթե  
 $m = 600, n = 3$ :
691. ա) Պողոսը 3 անգամ շատ խնդիր լուծեց, քան Պետրոսը, իսկ Պետրոսը 12 խնդիր քիչ լուծեց, քան Պողոսը: Նրանցից յուրաքանչյուրը քանի՞ խնդիր լուծեց:  
 ք) Հայկուշը  $n$  անգամ քիչ ոտանավոր սովորեց, քան Վերգուշը, իսկ Վերգուշը 6 ոտանավոր ավելի սովորեց, քան Հայկուշը: Քանի՞ ոտանավոր սովորեց նրանցից յուրաքանչյուրը, եթե  $n = 3, 4, 7$ :
692. Գնացքը  $AB$  հեռավորությունը  $v$  կմ/ժ արագությամբ անցավ  $t$  ժամում: Ի՞նչ արագությամբ պետք է գնար գնացքը, որպեսզի  $B$  հասներ  $a$  ժամով շուտ, եթե  
 ա)  $t = 5, v = 80, a = 1$ ; ք)  $t = 6, v = 60, a = 2$ :
693.  $a$  թվով մարդիկ որոշ աշխատանք կարող են կատարել  $c$  օրում: Քանի՞ օրում կկատարեն այդ աշխատանքը  $b$  թվով մարդիկ, եթե  
 ա)  $a = 12, b = 15, c = 30$ ; ք)  $a = 18, b = 20, c = 50$ :

694.  $a$  թվով մարդիկ որոշ աշխատանք կարող են կատարել  $c$  օրում: Քանի՞ օրում կկատարվի այդ աշխատանքը, եթե մարդկանց թիվը  $b$ -ով պակաս լինի: Հայտնի է, որ  
 ա)  $a = 30, b = 10, c = 28,$                       բ)  $a = 42, b = 7, c = 30:$
695. Ի՞նչ իմաստ ունի  $\frac{a}{b}$  կոտորակը, եթե  
 ա)  $a$ -ն հեռավորություն է,  $b$ -ն՝ շարժման ժամանակը;  
 բ)  $a$ -ն հեռավորություն է,  $b$ -ն՝ արագություն:
696. Գնացքը  $S$  կմ ճանապարհն անցավ  $v$  կմ/ժամ արագությամբ: Որքա՞ն ժամանակ դա տևեց՝ հաշված ժամերով, րոպեներով:
697. Երկու հետիոտն միաժամանակ մեկնեցին իրար հանդեպ երկու վայրերից, համապատասխանաբար՝ 4 կմ/ժ և 5 կմ/ժ արագություններով: Քանի՞ ժամ հետո նրանք կհանդիպեն, եթե այդ վայրերի միջև եղած հեռավորությունը  $S$  կմ է:
698. Երկու հետիոտն միաժամանակ մեկնում են միևնույն վայրից հակառակ ուղղություններով: Նրանց արագություններն են  $x$  կմ/ժ և  $y$  կմ/ժ:  
 ա) 2 ժամ հետո նրանք իրարից ի՞նչ հեռավորության վրա կգտնվեն:  
 բ) Քանի՞ ժամ հետո նրանց միջև եղած հեռավորությունը կլինի  $S$  կմ:
699. Երկու վայրից, որոնց միջև եղած հեռավորությունը  $S$  կմ է, միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու հետիոտն, որոնցից մեկի արագությունը  $x$  կմ/ժ է, մյուսինը՝  $y$  կմ/ժ: Քանի՞ ժամից նրանք կհանդիպեն:
700. Երկու գնացք միաժամանակ մեկնեցին միևնույն վայրից հակառակ ուղղություններով, և 2 ժամ հետո նրանց միջև եղած հեռավորությունը  $S$  կմ էր: Գնացքներից մեկի արագությունը  $v$  կմ/ժ է: Գտեք մյուսի արագությունը:
701. Երկու գնացք միաժամանակ մեկնեցին միևնույն վայրից նույն ուղղությամբ, և 3 ժամ հետո նրանց միջև եղած հեռավորությունը  $S$  կմ էր: Գնացքներից մեկի արագությունը  $v$  կմ/ժ է: Որոշեք մյուսի արագությունը, եթե հայտնի է, որ այն.  
 ա) մեծ է  $v$ -ից;                                      բ) փոքր է  $v$ -ից:





710. **Հնագույն խնդիր:** Առևտրականը  $b$  փութ (կշռի միավոր է) ապրանքը գնեց  $c$  ռուբլով և յուրաքանչյուր փութը վաճառեց  $a$  ռուբլով: Ինչքա՞ն շահույթ նա ստացավ, եթե  
 ա)  $a = 3, b = 20, c = 50$ ;                      բ)  $a = 0,84, b = 25, c = 18,6$ :
711. Գնացքը  $t$  ժամում անցավ  $s$  կմ: Որքա՞ն ճանապարհ նա կանցներ նույն ժամանակում՝ ունենալով սկզբնական արագությունից  $a$  կմ/ժ-ով մեծ արագություն, եթե  
 ա)  $a = 10, s = 210, t = 3$ ;                      բ)  $a = 20, s = 240, t = 4$ :
712. Մեկը պարտք վերցրեց: Մեկ ամիս հետո նա վերադարձրեց  $a$  դրամ, ևս մեկ ամիս հետո՝  $b$  դրամ՝ դրանով իսկ 2 ամսում վճարելով ամբողջ պարտքի  $\frac{1}{n}$  մասը: Որքա՞ն գումար նա դեռ մնաց պարտք, եթե  
 ա)  $a = 5000, b = 4000, n = 5$ ;                      բ)  $a = 8000, b = 3000, n = 7$ :
713. Որոշ աշխատանք  $a$  թվով մարդիկ կարող են կատարել  $c$  օրում: Քանի՞ մարդ այդ աշխատանքը կկատարեն  $d$  օրում, եթե  
 ա)  $a = 15, c = 12, d = 18$ ;                      բ)  $a = 24, c = 27, d = 18$ :
714. Որոշ աշխատանք  $a$  թվով մարդիկ կարող են կատարել  $c$  օրում: Քանի՞ մարդ ևս պետք է հրավիրել, որպեսզի այդ աշխատանքը կատարվի  $d$  օրով շուտ, եթե  
 ա)  $a = 12, c = 14, d = 2$ ;                      բ)  $a = 28, c = 30, d = 9$ :
715. **Հնագույն խնդիր:** Որոշակի աշխատանքի կեսը  $a$  թվով մարդիկ կատարեցին  $c$  օրում, որից հետո աշխատանքն ավարտելու համար նրանց ավելացան ևս  $b$  մարդ, որոնք աշխատում էին նույն արտադրողականությամբ, ինչպես առաջինները: Որքա՞ն տևեց ամբողջ աշխատանքը:
716.  $s$  կմ երկարությամբ զինվորական շարասյունը գնում է  $x$  կմ/ժ արագությամբ: Շարասյան վերջից դեպի նրա սկիզբը շարժվեց սերժանտը՝  $y$  կմ/ժ արագությամբ, այնուհետև նույն արագությամբ նա վերադարձավ շարասյան վերջը: Որքա՞ն ժամանակ ծախսեց սերժանտը գնալ-գալու ճանապարհի վրա, եթե  
 ա)  $s = 0,45, x = 4, y = 5$ ;                      բ)  $s = 0,55, x = 5, y = 6$ :











752. **Հնագույն խնդիր:** Մի քաղաքից մյուս քաղաք իրար հանդեպ միաժամանակ դուրս եկան երկու մարդ: Առաջինը ժամում գնում էր 12 վերստ (երկարության միավոր է), իսկ երկրորդը՝ 9 վերստ: Գտեք քաղաքների հեռավորությունը, եթե առաջինը երկու ժամով շուտ տեղ հասավ, քան երկրորդը:
753. **Հնագույն խնդիր:** Կտորեղենի 1 արշինը (չափի միավոր է) վաճառելով 5 ռուբլով՝ առևտրականը կստանար 12 ռուբլի շահույթ, իսկ եթե 1 արշինը վաճառի 3 ռուբլով՝ նա 4 ռուբլի վնաս կկրի: Քանի՞ արշին է կտորեղենը, և քանի՞ ռուբլով է նա գնել մեկ արշինը:
754. Գնացքը A վայրից B վայրը գնաց 5 ժամում: Հետադարձ ճանապարհի վրա նրա արագությունն ավելացավ 20 կմ/ժ-ով և գնացքը B-ից A հասավ 4 ժամում: Որոշեք գնացքի արագությունը A-ից B գնալիս և A վայրից B վայրը եղած հեռավորությունը:
755. Հեծանվորդը դուրս եկավ քաղաքից և շարժվեց մայրուղով 12 կմ/ժ արագությամբ: Որոշ ժամանակ անց հեծանվի անիվը ծակվեց, և նա վերադարձավ քաղաք՝ քայլելով 4 կմ/ժ արագությամբ: Որքա՞ն էր հեռացել քաղաքից հեծանվորդը, եթե գնալու և վերադառնելու ճանապարհի վրա նա ծախսեց 2,4 ժամ:
756. Հեծանվորդը հաշվարկեց, որ եթե գնա 6 կմ/ժ արագությամբ, ապա նախատեսված ժամանակից 1 ժամ կուշանա, իսկ եթե գնա 9 կմ/ժ արագությամբ, ապա տեղ կհասնի 1 ժամ շուտ: Որոշեք՝  
ա) որքա՞ն ժամանակից հետո պետք էր տեղ հասնել,  
բ) որքա՞ն է հեռավորությունը,  
գ) ի՞նչ արագությամբ պետք է գնալ, որպեսզի ճիշտ ժամանակին տեղ հասնել:
757. Ապրանքատար գնացքը A կայարանից B կայարան գնաց 60 կմ/ժ արագությամբ, իսկ B-ից A վերադարձավ 80 կմ/ժ արագությամբ: Ամբողջ ճանապարհի վրա ծախսվեց 14 ժամ (չհաշված բեռնաթափման ժամանակը): Որքա՞ն է AB հեռավորությունը:
758. Եթե դպրոցական մաթեմատիկական օլիմպիադային մասնակցող աշակերտներին դասարանում նստեցնեն յուրաքանչյուր նստարանին մեկական, ապա 11 նստարան կպակասի, իսկ եթե յուրաքանչյուր նստարանին նստեցնեն երկուական, ապա կմնա 5 ազատ նստարան: Քանի՞ աշակերտ է մասնակցում օլիմպիադային և քանի՞ նստարան կա դասարանում:

759. Եթե դասարանի յուրաքանչյուր աշակերտ նվեր գնելու համար տա 30 դրամ, ապա նախատեսված գումարից 100 դրամով ավել կհավաքվի: Իսկ եթե յուրաքանչյուրը տա 25 դրամ, ապա կստացվի նախատեսվածից 50 դրամ պակաս: Քանի՞ աշակերտ կա դասարանում:
760. **Հնագույն խնդիր** (Չինաստան, II դար): Գյուղացիները համատեղ պետք է գնեն մի ցուլ: Եթե յուրաքանչյուր յոթ ընտանիք տա 190 ական (դրամի միավոր), ապա 330 կպակասի: Իսկ եթե յուրաքանչյուր 9 ընտանիք տա 270 ական, ապա 30 կավելանա: Քանի՞ ընտանիք կար, և ի՞նչ արժե ցուլը:
761. Դպրոցի բոլոր աշակերտների 45%-ը տղաներ են: Հայտնի է, որ բոլոր տղաների 30%-ը և բոլոր աղջիկների 40%-ը սովորում են առանց երեքների: Դպրոցի բոլոր աշակերտների ո՞ր տոկոսն է սովորում առանց երեքների:
762. Մի երկրում կառավարությունը որոշում կայացրեց սպիրտային խմիչքների գովազդի արգելման մասին: Այդ որոշմանը կողմնակից եղավ ամբողջ մեծահասակ բնակչության 69%-ը: Ընդ որում՝ կանանց 94%-ը և տղամարդկանց 41%-ը: Որոշե՞ք՝ այդ երկրում տղամարդիկ են շատ, թե կանայք:
763. Մի երկրում կառավարությունը որոշում ընդունեց իրագործել երկու նախագծերից մեկը՝ բոլոր քաղաքացիների աշխատավարձը բարձրացնել 20%-ով կամ բոլոր ապրանքների գները իջեցնել 20%-ով:  
 ա) Ո՞ր նախագիծն է ձեռնառու այդ երկրի քաղաքացիներին:  
 բ) Քանի՞ տոկոսով կավելանա այդ երկրի քաղաքացիների գնողունակությունը, եթե կառավարությունը այդ երկու նախագծերն էլ միաժամանակ կիրառի:
764. Երկու լեռնային գյուղ միացնող ճանապարհի կեսը հարթ է: Ավտոբուսը զառիվերով միշտ գնում է 30 կմ/ժ արագությամբ, հարթ տեղանքով՝ 50 կմ/ժ արագությամբ, իսկ զառիվայրով՝ 60 կմ/ժ արագությամբ: Գտե՞ք լեռնային գյուղերի հեռավորությունը, եթե գնալու և վերադառնալու վրա ավտոբուսը ծախսում է 2 ժ 15 րոպե (չհաշված կանգառների վրա ծախսած ժամանակը):

765. Հետիոտներ A վայրից B վայրը մեկնեց 5 կմ/ժ արագությամբ: Նրա դուրս գալուց 2,4 ժամ հետո նրան ընդառաջ B վայրից դեպի A վայրը շարժվեց հեծանվորդը՝ 11 կմ/ժ արագությամբ: Նրանք հանդիպեցին ճանապարհի մեջտեղում: Որքա՞ն է A և B վայրերի հեռավորությունը:
766. **Գ. Պոյաչի խնդիրը:** Հերթապահ ինքնաթիռը խաղաղ, առանց քամու եղանակին գնում է 220 մղոն/ժ արագությամբ (1 մղոնը մոտավորապես հավասար է 1,6 կմ): Բենզինի պաշարը նախատեսված է 4 ժ թռիչքի համար: Որքա՞ն կարող է հեռանալ այդ ինքնաթիռը թռիչքի վայրից՝ վերադառնալու պայմանով, եթե վերադառնալիս նրան հանդիպակաց փչում է քամի, որի արագությունը 20 մղոն/ժ է:
767. Հորդառատ անձրևը, 6 ժամ անընդհատ տեղալով, լցրեց բաց լողավազանի մի մասը: Եթե անձրևը կտրվեր, ապա պոմպը ավազանում լցված ջուրը կդատարկեր 2 ժամում: Որոշեք, թե քանի՞ ժամ հետո պոմպը կդատարկի ավազանը, եթե անձրևը շարունակում է տեղալ: Համարեք, որ ավազանը լցվելու և դատարկվելու պրոցեսները տեղի են ունենում հավասարաչափ:
768. ա) Մի թիվը մեծ է մյուսից 2 անգամ: Եթե նրանցից փոքրը մեծացնենք 4 անգամ, իսկ մեծը՝ 2 անգամ, ապա նրանց գումարը կդառնա 80: Գտեք այդ թվերը:  
բ) Մի թիվը 3 անգամ մեծ է մյուսից: Եթե այդ թվերից մեկը մեծացվի 2 անգամ, ապա նրանց գումարը կդառնա 105: Գտեք այդ թվերը: Քանի՞ լուծում ունի խնդիրը: Ինչպե՞ս պետք է փոփոխել խնդրի ձևակերպումը, որպեսզի այն ունենա միակ լուծում:
769. ա) Մի թիվը 17-ով մեծ է մյուսից: Եթե փոքր թիվը մեծացվի 2 անգամ, իսկ մեծը՝ 16-ով, ապա նրանց գումարը կդառնա 99: Գտեք այդ թվերը:  
բ) Թվերից մեկը 15-ով փոքր է մյուսից: Եթե մեծ թիվը փոքրացվի 3 անգամ, ապա նրանց գումարը կդառնա 69: Գտեք այդ թվերը:
770. ա) Տրված են երկու թիվ: Եթե առաջինը բազմապատկենք 2-ով, ապա կստացվի երկրորդից 1-ով մեծ թիվ: Իսկ եթե երկրորդը բազմապատկենք 2-ով, ապա կստացվի առաջինից 55-ով մեծ թիվ: Գտեք այդ թվերը:

բ) Տրված են երկու թվեր: Եթե առաջին թիվը բազմապատկենք 4-ով, ապա կստանանք երկրորդից 10-ով մեծ թիվ, իսկ եթե երկրորդ թիվը փոքրացնենք 30-ով, կստանանք առաջինից 35-ով մեծ թիվ: Գտեք այդ թվերը:

771. Առաջին բրիգադը առաջադրանքը կարող է կատարել 56 ժամում, իսկ երկրորդը՝ 112 ժամում: Գործատուն հաշվարկեց, որ աշխատանքը կարելի է կազմակերպել այսպես. առաջադրանքը կատարելու համար սկզբում մի քանի օր պետք է աշխատի առաջին բրիգադը, այնուհետև մնացած մասը պետք է կատարի երկրորդը: Ընդ որում՝ ամբողջ առաջադրանքը կկատարվի 8 օրում: Քանի՞ օր պետք է աշխատի յուրաքանչյուր բրիգադ, եթե աշխատանքային օրը բաղկացած է 8 ժամից:
772. Եղբայրը գտավ 2 անգամ ավելի սպիտակ սունկ, քան քույրը: Եթե քույրը եղբորը տա 1 սունկ, ապա նրա մոտ 3 անգամ ավելի սունկ կլինի, քան քրոջ մոտ: Քանի՞ սպիտակ սունկ էր գտել նրանցից յուրաքանչյուրը:
773. Ավագ եղբայրը 9 անգամ ավելի նամականիշ ունի, քան կրտսեր եղբայրը: Եթե նա կրտսեր եղբորը տա 5 նամականիշ, ապա նրա մոտ 4 անգամ ավելի նամականիշ կմնա, քան կրտսեր եղբոր մոտ: Քանի՞ նամականիշ ունի յուրաքանչյուրը:
774. Քույրը և եղբայրը միաժամանակ սկսեցին մոշ հավաքել: Եղբայրը հավաքում էր չորս կգ տարողությամբ զամբյուղի մեջ, իսկ քույրը՝ երեք կգ տարողությամբ զամբյուղի մեջ: Եղբայրը 1,5 անգամ ավելի արագ էր հավաքում, քան քույրը: Մի ինչ-որ պահի նրանք փոխանակեցին զամբյուղները և աշխատանքն ավարտեցին միաժամանակ (զամբյուղները լիքը լցրեցին): Քանի՞ կգ մոշ հավաքեց եղբայրը ամբողջ ժամանակում: Քանի՞ կգ մոշ հավաքեց քույրը մինչև զամբյուղների փոխանակելը:
775. Հայր և որդի միաժամանակ սկսեցին հնձել երկու հարևան հողամասերի խոտը: Երբ որդին հնձեց փոքր հողամասի կեսը, նրանք նստեցին հանգստանալու և հաշվարկեցին, որ հայրը 2 անգամ ավելի արագ է հնձում, քան որդին, և եթե նրանք շարունակեն աշխատել նույն արագությամբ, բայց տեղափոխվեն իրենց հողամասերից, ապա աշխատանքը կավարտեն միաժամանակ (երկու հողամասերը լրիվ հնձված կլինեն): Որոշեք յուրաքանչյուր հողամասի մակերեսը, եթե նրանցից մեկը 1 հարյուրերորդականով մեծ է մյուսից:



776. Աղջիկը երկու կուժ ձեռքերին մոտեցավ աղբյուրին: Աղբյուրից ջուրը թափվում էր երկու շիթերով. մեկը 3 անգամ ավելի ջուր էր տալիս, քան մյուսը: Աղջիկը երկու կժերը միաժամանակ դրեց այդ շիթերի տակ, և երբ փոքր կուժի կեսը լցվեց, նա կժերի տեղերը փոխեց: Եվ, որքան էլ զարմանալի թվա, կժերը լիքը լցվեցին միաժամանակ: Որոշեք յուրաքանչյուր կժի ծավալը, եթե երկուսը միասին ունեն 8 լ տարողություն:

777. **Հնագույն խնդիր:** Առևտրականը իր ունեցած հարյուր կիտրոնները բաժանեց երեք վաճառողների, որպեսզի նրանք կիտրոնները վաճառեն նույն գնով: Օրվա վերջում վերադառնալով առևտրականի մոտ՝ առաջին վաճառողը նրան տվեց կիտրոնների վաճառքից իր ստացած 1 ռուբլի 80 կոպեկը և չվաճառված 4 կիտրոնը, երկրորդը տվեց 1 ռուբլի 60 կոպեկ և 3 կիտրոն, երրորդը՝ 1 ռուբլի 20 կոպեկ և 1 կիտրոն: Քանի՞ կիտրոն էր տվել առևտրականը յուրաքանչյուր վաճառողին:

778. ա) Եթե բնական թվին աջից կցագրենք 0, ապա այն կավելանա 333-ով: Գտեք այդ թիվը:  
բ) Եթե բնական թվի գրառման մեջ ջնջենք նրա վերջին 0 թվանշանը, ապա այն կփոքրանա 666-ով: Գտեք այդ թիվը:

779. ա) Եթե բնական թվին աջից կցագրենք 6 թվանշանը, ապա այն կավելանա 672-ով: Գտեք այդ թիվը:  
բ) Եթե բնական թվի գրառման մեջ ջնջենք նրա վերջին՝ 9 թվանշանը, ապա այն կփոքրանա 612-ով: Գտեք այդ թիվը:

780. ա) Եթե տրված երկնիշ թվին ձախից կամ աջից կցագրենք 2 թվանշանը, ապա ստացված եռանիշ թվերը իրար հավասար կլինեն: Գտեք երկնիշ թիվը:  
բ) Եթե տրված հնգանիշ թվին աջից կցագրենք 2 և ստացված թիվը բաժանենք սկզբնական թվին ձախից 2 կցագրված թվի վրա, ապա կստացվի 3: Գտեք այդ թիվը:

781. Ավագ եղբայրն ասաց կրտսեր եղբորը. «Տուր ինձ 8 ընկույզ, և ինձ մոտ երկու անգամ ավելի ընկույզ կլինի, քան քեզ մոտ»: Իսկ կրտսեր եղբայրն ասաց ավագ եղբորը. «Դու տուր ինձ 8 ընկույզ, և մեզ մոտ կլինի հավասար թվով ընկույզ»: Քանի՞ ընկույզ ունի յուրաքանչյուրը:

782. Հոսանքի ուղղությամբ որոշակի հեռավորություն անցնելու համար նավակը 3 անգամ ավելի քիչ ժամանակ է ծախսում, քան այդ հեռավորությունը հոսանքին հակառակ անցնելու համար: Քանի՞ անգամ է նավակի սեփական արագությունը մեծ հոսանքի արագությունից:
783. Լողորդը գետի հոսանքի ուղղությամբ լողաց 150 մ, և երբ նա սկսեց ետ լողալ գետի հոսանքին հակառակ ուղղությամբ, ապա նույն ժամանակում (որ նա ծախսել էր 150 մ-ի վրա) հոսանքը նրան ետ տարավ 50 մ: Քանի՞ անգամ է գետի հոսանքի արագությունը մեծ լողորդի արագությունից:
784. Ծանապարհորդը ուղևորվեց A վայրից B վայրը: Ամբողջ ճանապարհի վրա ծախսած ժամանակի կեսը նա գնացել է 5 կմ/ժ արագությամբ, իսկ հետո՝ 4 կմ/ժ արագությամբ: Երկրորդ ճանապարհորդը, որը դուրս էր եկել առաջինի հետ միաժամանակ A-ից B ուղղությամբ, ճանապարհի առաջին կեսը գնում էր 4 կմ/ժ արագությամբ, իսկ հետո՝ 5 կմ/ժ արագությամբ: Ո՞վ ավելի շուտ հասավ B վայրը:
785. ա) Հեծանվորդը A վայրից B վայրը գնաց 15 կմ/ժ արագությամբ և վերադարձավ 10 կմ/ժ արագությամբ: Ինչպիսի՞ն է նրա միջին արագությունն ամբողջ ճանապարհի վրա:  
բ) Հեծանվորդը որոշ ժամանակ գնում էր 15 կմ/ժ արագությամբ, այնուհետև նույնքան ժամանակ՝ 10 կմ/ժ արագությամբ: Ինչպիսի՞ն է նրա միջին արագությունը անցած ամբողջ ճանապարհի վրա:
786. Նավակը երկու նավամատույցների միջև եղած հեռավորությունը անցավ 3,5 ժամում և վերադարձավ 2,5 ժամում: Շարժման ընթացքում նավակի սեփական արագությունը անփոփոխ էր: Որքա՞ն ժամանակ կտևի նավակի նույնքան ճանապարհը նույն սեփական արագությամբ լճով անցնելը:
787. Ուղղաթիռը A վայրից B վայրը անցավ 66 րոպեում և վերադարձավ 55 րոպեում: Քանի՞ րոպեում նա կանցներ A-ից B և կվերադառնար առանց քամի եղանակին, եթե ուղղաթիռի սեփական արագությունը, քամու արագությունը և ուղղությունը հաստատուն են:
788. Հեծանվորդի արագությունը 3 անգամ մեծ է հետիոտնի արագությունից: Նրանք միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու քաղաքներից: Հանդիպումից հետո հետիոտնը քանի՞ անգամ ավելի ժամանակ կծախսի, քան հեծանվորդը (երկուսն էլ պետք է գնան մինչև ճանապարհի վերջը):

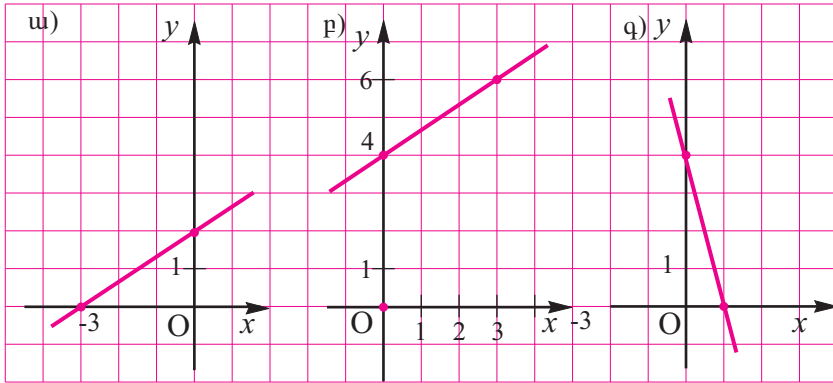
789. Երկու հետիոտն միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու քաղաքներից: Նրանք հանդիպեցին կեսօրին (ժ. 12-ին), առաջինը տեղ հասավ կեսօրից հետո ժամը 4-ին, իսկ երկրորդը՝ ժամը 9-ին: Իմացեք՝ ժամը քանիսին նրանք դուրս եկան իրենց քաղաքներից:
790. Երկու լեռնային գյուղ միացնող ճանապարհը բաղկացած է միայն վերելքներից և վայրէջքներից: Ավտոբուսը սարն ի վեր գնում է 30 կմ/ժ արագությամբ, իսկ սարն ի վար՝ 60 կմ/ժ արագությամբ: Գտեք գյուղերի միջև եղած հեռավորությունը, եթե գնալու և վերադառնալու վրա (առանց կանգառների) ավտոբուսը ծախսում է 2 ժամ:
791. Մի ամանում 5 լ ավելի կաթ կա, քան մյուսում: Եթե առաջին ամանից երկրորդի մեջ լցնենք 8 լ, ապա երկրորդ ամանում կդառնա երկու անգամ ավելի շատ կար, քան մնացել էր առաջինում: Քանի՞ լիտր կաթ կա յուրաքանչյուր ամանում:
792. Մի պահեստում կա 185 տ քարածուխ, իսկ մյուսում՝ 237 տ: Առաջին պահեստն սկսեց բաց թողնել օրական 15 տ քարածուխ, իսկ երկրորդը՝ 18 տ: Քանի՞ օրից հետո երկրորդ պահեստում քարածուխը մեկ և կես անգամ ավելի կլինի, քան առաջինում:
793. Երկու սենյակի պատերին փակցնելու համար պաստառներ են գնել: Առաջին սենյակի համար գործածեցին գնված բոլոր պաստառների կեսից 2 կտորով ավելի, իսկ երկրորդ սենյակը պաստառելու համար գործածեցին առաջին սենյակի համար գործածված պաստառի  $\frac{2}{3}$  մասը: Քանի՞ կտոր պաստառ էին գնել, եթե երկու սենյակը պաստառելուց հետո մի կտոր պաստառ ավելացավ:
794. Երկանիշ թվի թվանշանների գումարը հավասար է 11-ի: Եթե այդ թիվն ավելացնենք 63, ապա կստանանք նույն թվանշաններից կազմված, բայց հակառակ կարգով գրված մի թիվ: Գտնել այդ թիվը:
795. Մեքենաների թողարկման պատվերը գործարանը պլանով պետք է կատարեր 15 օրում: Բայց ժամկետից արդեն երկու օր առաջ գործարանը ոչ միայն կատարեց պլանը, այլև պլանից դուրս թողարկեց 6 մեքենա, քանի որ պլանից դուրս օրական թողարկում էր երկու մեքենա: Քանի՞ մեքենա պետք է թողարկեր գործարանը պլանով:

796. Առավոտյան ժամը 8-ին հեծանվորդը կոլտնտեսությունից ուղևորվեց դեպի քաղաք:  $4\frac{1}{4}$  ժամ մնալով քաղաքում, հեծանվորդը վերադարձավ և նույն օրվա ժամը 15-ին հասավ կոլտնտեսություն: Գտնել կոլտնտեսության և քաղաքի միջև եղած հեռավորությունը, եթե հեծանվորդը քաղաք էր գնում ժամում 12 կմ արագությամբ, իսկ վերադառնում էր ժամում 10 կմ արագությամբ:
797. A քաղաքից մինչև B քաղաքը եղած հեռավորությունը գնացքն անցնում էր 10 ժամ 40 րոպեում: Եթե գնացքի արագությունը ժամում 10 կմ-ով պակաս լիներ, ապա նա B քաղաքը կհասներ 2 ժամ 8 րոպե ավելի ուշ: Որոշել քաղաքների հեռավորությունն իրարից և գնացքի արագությունը:
798. Միննույն հեռավորության վրա ջերմաքարշի տանող անիվը 240 պտույտ է անում, իսկ վագոնի անիվը, որի խրջանագիծը 3,2 մ-ով փոքր է ջերմաքարշի անիվի շրջանագծից, 560 պտույտ է անում: Գտնել այժ անիվներից յուրաքանչյուրի շրջանագծի երկարությունը:
799. Աղի 15-տոկոսանոց 80 գ լուծույթի հետ խառնել են 20 գ ջուր: Որոշել ստացված լուծույթի խտությունը:
800. Քանի՞ գրամ ջուր պետք է ավելացնել 100 գ 30-տոկոսանոց աղաթթվմ, որպեսզի ստացվի 10-տոկոսանոց աղաթթու:
801. Միննույն քաղաքից երկու գնացք մեկնեցին իրար հետևից: Առաջին գնացքը ժամում անցնում է 36 կմ, իսկ երկրորդը՝ 48 կմ: Իր մեկնելուց քանի՞ ժամ հետո երկրորդ գնացքը կհասնի առաջինին, եթե հայտնի է, որ առաջին գնացքը մեկնել է երկրորդից 2 ժամ առաջ:
802. Երկու օդանավակայաններից, որոնց միջև հեռավորությունը 950 կմ է, միաժամանակ իրար հանդեպ թռան երկնտորանի և ռեակտիվ ինքնաթիռներ: Կես ժամից հետո, մինչև հանդիպումը, այդ ինքնաթիռների միջև հեռավորությունը 150 կմ էր: Գտնել ինքնաթիռներից յուրաքանչյուրի արագությունը, եթե ռեակտիվ ինքնաթիռի արագությունը 3 անգամ մեծ է երկնտորանիի արագությունից:
803. Սայլի առջևի անիվը որոշ հեռավորության վրա 15 պտույտ ավելի կատարեց հետևի անիվից: Առջևի անիվի շրջանագիծը 2,5 մ է, իսկ հետևի անիվինը՝ 4 մ: Քանի՞ պտույտ կատարեց ամեն մի անիվը և ի՞նչ հեռավորություն անցավ սայլը: ]

## Կոորդինատային հարթություն, գծային ֆունկցիա

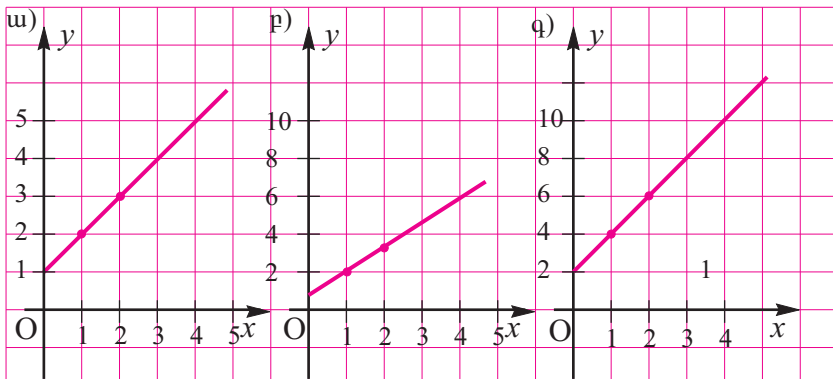
804. Ընտրելով միավոր հատված՝ կոորդինատային առանցքի վրա նշեք հետևյալ կետերը.  
ա)  $-3758$  և  $-3760$ , ք)  $2,125$  և  $2,127$ :  
Այդ կոորդինատային առանցքի վրա նշեք մի որևէ թիվ, որը մեծ է նշված թվերից մեկից և փոքր է մյուսից:
805. ա) Կառուցեք ABCDMNK փակ բեկյալը, եթե  $A(-2; 2)$ ,  $B(-2,5; 2)$ ,  $C(-0,5; 3)$ ,  $D(1,5; 2)$ ,  $M(1; 2)$ ,  $N(1; -0,5)$ ,  $K(-2; 0,5)$ :  
բ) Կառուցեք ABCDEFKND բեկյալը, եթե  $A(-2,5; 1,5)$ ,  $B(-4; 1,5)$ ,  $C(-2,5; 4,5)$ ,  $D(-2,5; 0,5)$ ,  $E(-5,5; 0,5)$ ,  $F(-4,5; -0,5)$ ,  $K(-2; -0,5)$ ,  $N(-1; 0,5)$ ,  $D(-2,5; 0,5)$ :
806. Կոորդինատային հարթության վրա նշեք բոլոր այն կետերը, որոնց  
ա) աբսցիսը  $2$  է, ք) օրդինատը  $-4$  է,  
գ) աբսցիսը  $0$  է, դ) օրդինատը  $0$  է,  
ե) աբսցիսը և օրդինատը իրար հավասար են:
807. ա) Հավասարաչափ շարժվող մարմնի արագությունը  $v$  է, շարժման ժամանակը՝  $t$ , անցած ճանապարհը՝  $s$ : Գրեք բանաձևեր, որոնցով որոշվում են  $s$ ,  $v$  և  $t$ -ն:  
բ) Ապրանքի գինը  $K$  է, քանակությունը՝  $m$ , արժեքը՝  $C$ : Գրեք բանաձև, որով արտահայտվում է  $K$ ,  $m$  և  $C$ -ի կապը:  
գ) Աշխատանքի արտադրողականությունը  $p$  է, աշխատանքի ժամանակը  $t$ , կատարված աշխատանքի ծավալը՝  $A$ :  $A$ ,  $p$  և  $t$ -ի կապը արտահայտեք բանաձևով:
808. ա) Ընդունելով աշխատանքի ծավալը  $1$  միավոր, գրեք բանաձև, որը կապ է հաստատում աշխատանքի  $p$  արտադրողականության, այդ աշխատանքը կատարելու  $t$  ժամանակի և աշխատանքի ծավալի միջև:  
բ) Շարժիչի հզորությունը  $W$  է, աշխատանքի ժամանակը  $t$ , աշխատանքը՝  $A$ : Արտահայտեք  $A$ ,  $W$ ,  $t$ -ի կապը:  
գ) Վառելիքի ծախսը ճանապարհի  $1$  կմ-ի վրա կազմում է  $n$  (լ/կմ), մեքենայի անցած ճանապարհը  $s$  կմ է, վառելիքի ընդհանուր ծախսը  $v$  լ է: Բանաձևով արտահայտեք  $s$ ,  $v$  և  $n$ -ի կապը:

809. Նկ. 36-ում ներկայացված են ֆունկցիաների գրաֆիկներ: Գրեք յուրաքանչյուր ֆունկցիայի տրման բանաձևը:



Նկ. 36

810. Նկ. 37-ում պատկերված գրաֆիկներից երկուսը միևնույն ֆունկցիայի գրաֆիկներ են: Որո՞նք են դրանք: Գրեք այն բանաձևը, որով տրվում է այդ ֆունկցիան:



Նկ. 37

811. Պարզեք այն կանոնը, որի միջոցով յուրաքանչյուր թվից ստացվում է նրա հաջորդ թիվը և հաշվեք ևս մեկ թիվ ըստ այդ կանոնի.

ա) 40, 37, 34, 31, 28, ...

բ) 100, 91, 82, 73, 64, ...

գ) 2, 3, 6, 11, 18, ...

դ) 2, 3, 6, 7, 10, 11, ...

812. Գրեք կոորդինատների սկզբնակետով և  $y = 2x + 1$  ուղղի գրաֆիկի  $x = 1$  արսցիսն ունեցող կետով անցնող ուղիղ գծի հավասարումը:

## ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

### § 1

2. ա)  $-\frac{78}{121}$ , բ)  $-90$ , գ)  $-2,5$ , դ)  $-1$ , ե)  $-4,5$ , զ)  $-9$ : 3. ա) Արտահայտությունն իմաստ չունի, բ)  $-\frac{3}{7}$ , գ)  $\frac{54}{95}$ : 7. ա) 4,2 կմ/ժ, բ) 4,8 կմ/ժ: 8. ա) 36 %:
9. ա) 312 000 դրամ: 16. բ) 11, գ)  $-2$ , դ)  $-3$ , ե) 17: 17. ա) 4, բ)  $-6$ , գ) 4, դ) 5:
18. ա)  $1\frac{1}{5}$ , բ)  $3\frac{3}{5}$ , գ) 1: 23. ա)  $vt$ , բ)  $ab$ , գ)  $2(k+t)$ , դ)  $abc$ : 24. ա)  $a^2$ , բ)  $ab$ ,  
գ)  $ad+bc$ , ե)  $cd-ab$ , զ)  $ab+ad-cd$ : 27. ա)  $\frac{150}{n+1}$  և  $\frac{150n}{n+1}$  դրոշմանիշ,  
բ)  $\frac{ab}{b+c}$  և  $\frac{ac}{b+c}$  սմ, գ)  $\frac{a}{n+1}$  և  $\frac{an}{n+1}$  սմ: 28.  $\frac{2x+3y}{5}$  կմ/ժ: 29.  $\frac{60}{u+v} + \frac{60}{u-v}$  ժամ:
30.  $\frac{4p+q}{5}$  %, բ)  $\frac{60x+40y}{x+y}$  %: 31. ա)  $\frac{3ap}{25}$  դրամ, բ)  $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{100}\right) x$   
 $\left(1 + \frac{p}{100}\right)$  դրամ: 45. ա)  $6a^2b$ , բ)  $8b^2c^4$ , գ)  $54c^2e^3$ , դ)  $42e^5k^2$ : 46. ե)  $-25c^4k^3$ ,  
գ)  $63k^3p^6$ , ե)  $-40p^4x^7$ , ը)  $-150x^4y^3$ : 47. ա)  $1\frac{1}{3} a^3b^5$ , բ)  $\frac{2}{9} b^4c^5$ , դ)  $-2k^4p^4$ , ե)  $-3p^3x^5$ ,  
գ)  $x^3y^4$ , ե)  $a^4x^7$ , ը)  $-4\frac{13}{18} a^4c^4$ : 48. ա)  $2,5a^3b^3c^3$ , գ)  $-210b^3c^3e^6$ , ե)  $-72a^2k^3x^3$ :
50. ի)  $2,25c^4$ , ծ)  $-2\frac{10}{27} e^9$ , կ)  $1\frac{15}{49} a^2b^2$ , հ)  $-\frac{1}{216} p^3x^9$ : 51. ա)  $(5a)^2$ , բ)  $(7b)^2$ , ե)  $(8k^4)^2$ ,  
գ)  $\left(\frac{1}{7} p^4\right)^2$ , ե)  $\left(1\frac{1}{2} a^5x^3\right)^2$ , ը)  $\left(1\frac{2}{3} b^6y^5\right)^2$ : 52. ա)  $(2a)^3$ , բ)  $(3b)^3$ , գ)  $(5c^2)^3$ , դ)  $(6e^3)^3$ ,  
ե)  $\left(\frac{1}{3} a^3c\right)^3$ , զ)  $\left(\frac{1}{5} b^2y^4\right)^3$ , ե)  $\left(2\frac{1}{2} a^6p^3\right)^3$ , ը)  $\left(1\frac{1}{3} b^2c^3\right)^3$ : 59. ա)  $-6b$ , բ)  $32a$ , գ)  $-8b^3$ ,  
ե)  $12b^7c^3$ , ը)  $-12e^3k^5$ : 71. ա)  $20a^2b$ , բ)  $11a^8b^2$ :

## § 2

84. ա)  $0,9x + 0,3y$ , բ)  $31,9a - 2,7b$ , գ)  $-1 \frac{2}{3}x + 1 \frac{13}{20}y$ , դ)  $10,4a - 1,7x$ :  
**90.** ա)  $3b$ , բ)  $8x$  և  $4y$ : **102.** ե)  $1,1ab - 3bc + 2cx$ , գ)  $\frac{5}{6}x^2y^2 - 1 \frac{5}{6}a^2b - \frac{3}{4}ab - \frac{3}{4}$ :  
**104.** ա)  $5a - 8b$ , բ)  $3a + 6b$ , գ)  $3a + 10b$ , դ)  $-5a + 8b$ : **112.** ա)  $0$ , բ)  $0$ : **120.** ա)  $3a$ ,  
բ)  $a - b$ , գ)  $b$ , դ)  $2b$ : **125.** ա)  $a^2 + 2a + 1$ , բ)  $x^2 + 3x + 2$ : **126.** ա)  $20m^2 + 38mn + 14n^2$ ,  
բ)  $36a^2 + 63ab + 5b^2$ : **128.** ա)  $-a^2 - 2ab - b^2$ , բ)  $-x^2 + y^2$ : **133.** ա) Այո, բ) այո: **140.**  
ա)  $(x - y)(a - b)$ , բ)  $(a - b)(x - y)$ , գ)  $(m - n)(3 + a)$ : **141.** գ)  $(a - b)(2x + 1)$ ,  
դ)  $(a + 3)(a + 1)$ , ե)  $(m - 2n)(x + 1)$ , գ)  $(a - b)(x + 1)$ : **146.** դ)  $2p^2 - p - 17$ ,  
ե)  $2x^2 - 5x + 6$ : **148.** գ)  $0,5m^3 + 0,5m^2 + 0,125$ , դ)  $0$ : **155.** ա)  $a$ -ի ոչ բոլոր  
արժեքների համար. օրինակ՝  $a = 1$  դեպքում  $-1^2 = (-1)^2$  հավասարությունը  
ճիշտ չէ: բ)  $a$ -ի ցանկացած արժեքի դեպքում: **158.** ա)  $-13$ , բ)  $45$ , գ)  $3$ ,  $591$ ,  
դ)  $-1$ ,  $216$ , ե)  $-42 \frac{7}{8}$ , գ)  $15 \frac{5}{8}$ , ե)  $10 \frac{70}{81}$ , ը)  $192$ , թ)  $-0,0256$ : **160.** Ոչ,  $-a = 0$ ,  
եթե  $a = 0$ ;  $-a > 0$ , եթե  $a < 0$ : **161.** ա)  $a$ -ն ցանկացած թիվ է,  $b = -a$ , բ)  $a$ -ն  $0$ -ից  
տարբեր ցանկացած թիվ է,  $b = \frac{1}{a}$ , գ)  $a$ -ն ցանկացած թիվ է,  $b = 1$ , դ)  $a$ -ն  $0$ -ից  
տարբեր ցանկացած թիվ է,  $b = -\frac{1}{a}$ :

## § 3

175. ա)  $(x + y)^2$ , բ)  $(a + 2b)^2$ , ը)  $(2m + 3n)^2$ , թ)  $(x^2 + y^3)^2$ : 177. է)  $9m^2$ , ը)  $-q^2$ : 183.  
ա)  $a^2 - 2ab^2 + b^4$ , բ)  $x^6 - 2x^3y + y^2$ , գ)  $m^6 - 2m^3n^2 + n^4$ : **187.** ա)  $(a - b)^2$ , դ)  $(5 - 3c)^2$ ,  
է)  $(x^2 - 3y)^2$ : **190.** է)  $-11p^2 + 5pq + 12q^2$ , ը)  $50m^2 + 32mn - 20n^2$ , թ)  $p^2$ : **195.** դ)  $(5p)^2$ ,  
ե)  $(m^4n^3k^5)^2$ , գ)  $(7a^2b^3c^6)^2$ : **200.** ա)  $(2x + 1)^2 + 4$ , գ)  $(4x + 1)^2 - 2$ , է)  $2(x + 1)^2 + 3$ ,  
թ)  $3(x - 2)^2 + 4$ : **208.** ա)  $4899$ , բ)  $6396$ , գ)  $89999$ , դ)  $249996$ , ե)  $8,9999$ , գ)  $99,96$ :  
**217.** Եղբոր մոտ  $9$  կտորով ավելի է: **218.** ա)  $4(x + 1)(2x + 1)$ , գ)  $(3x + 2)(5x + 4)$ :  
**219.** ա)  $(x + 4y)(5x - 2y)$ , գ)  $(3x - y)(7x - 3y)$ , ե)  $(x^2 - y)(3x^2 - y)$ , է)  $(x^2 - 2y)x$   
 $x(5x^2 - 2y)$ : **226.** ա)  $5^3$ , գ)  $(3x)^3$ , դ)  $4y^3$ , ե)  $(my)^3$ , գ)  $(a^2b)^3$ , է)  $(xy^2)^3$ , ը)  $\left(\frac{1}{2}p\right)^3$ ,  
թ)  $(0,1c^2)^3$ : **230.** ա)  $x + 1$ , բ)  $2a^6$ , գ)  $4m^2 - 4m + 27$ , դ)  $-2q^6$ : **241.** ա)  $-2$ , բ)  $a^4 - 27$ ,  
գ)  $-2p^5 + 12p^2 + 100$ , դ)  $2n^9 - 4n^5 - m^3$ : **246.** ա)  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ , գ)  $x^3 + 6x^2 +$   
 $+ 12x + 8$ : **263.** ա)  $a^2$ : *Յուզում*. Տրված արտահայտությունը ձևափոխելը  $a + 1$ -ի  
և  $1$ -ի տարբերության քառակուսու տեսքով, բ)  $m^2$ , գ)  $4q^2$ , դ)  $4x^2$ : **264.** ա)  $x^2 +$   
 $+ 2xy + y^2 - z^2$ : **267.** ա)  $a^8 - 17a^4 + 16$ , բ)  $a^2 + b^2 - c^2$ , գ)  $a^8 - b^8$ , դ)  $a^3 + b^3$ ,  
ե)  $a^3 - b^3$ , գ)  $4a^2 - 8$ : **268.** ա)  $-1$ , բ)  $4x^2 - 6x + 21$ , գ)  $5m^2 - 20m + 20$ , դ)  $28p^2 -$   
 $- 100p + 95$ , ե)  $90a^2 - 75a - 9$ , գ)  $-2a^2 + 4a + 6$ , է)  $-40x + 3$ , ը)  $z^2 - 2xz + 2yz$ ,



թ)  $-4yz$ , ժ)  $4yz$ : **269.** ա)  $7a^2 - 2a + 7$ , բ)  $3m^2 - 7m + 17$ , գ)  $-4ab$ , դ)  $4ab$ , ե)  $-x^2 - 10x - 1$ , զ)  $-32a^2 + 20ab + 7b^2$ : **273.** ա)  $(a - b)^2$ : **276.** ա)  $2^{64} - 1$ : *Ցուցում.* արտահայտությունը բազմապատկելք  $2 - 1$ -ով, զ) 1: **285.** ա)  $4c^2(4a^2bc - 3ac + 7b^2 - 2abc^3)$ , բ)  $3xz(4xy + 6y^3z - 9x^4y^5 - 8y^4z^3)$ : **293.** է)  $(1,5 - c^2)(1,5 + c^2)$ , ը)  $(1,25a^5 - 0,1b)(1,25a^5 + 0,1b)$ , թ)  $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$ : **294.** գ)  $-(m + 1)^2$ , դ)  $-(n - 3)^2$ , ե)  $(x^2 - y)^2$ : **298.** ա)  $2(2m + n)(-m + 13n)$ , բ)  $4(3y - 2x)(x + 2)$ , զ)  $25(a - 3)$ : **307.** ա) *Ցուցում.*  $-3x^2$ -ն փոխարինելք  $-x^2 - 2x^2$ -ով,  $(x - 1)(x + 1)(x^2 - 2)$ : բ) *Ցուցում.*  $-4bc$ -ն փոխարինելք  $-2bc - 2bc$ -ով և ստացված արտահայտությունը ներկայացրելք բառակուսիների տարբերության տեսքով:  
 $(bc - b - c - 1)(bc + b + c - 1)$ :

#### § 4

**320.** ա)  $\frac{10}{k}$ , գ)  $-\frac{a}{k}$ : **322.** ա) երբ  $k \neq 0$ , բ) երբ  $k = 0$  և  $b \neq 0$ , գ) երբ  $k = 0$  և  $b = 0$ : **326.** ա) Այո, բ) այո, գ) այո, դ) ոչ, ե) այո, զ) այո: **328.** է) 6, ը)  $\frac{1}{21}$ , թ) 0, ժ) 0, ի) 0, լ) 0: **329.** ա)  $1 \frac{1}{7}$ , բ)  $-3$ , գ) 0,04, դ)  $-0,4$ : **330.** թ) 2,5, ժ)  $\frac{2}{3}$ , ի)  $-4$ , լ) 4,5: **331.** ա) 6, բ)  $\frac{2}{9}$ , գ) 5, դ) 2, ե)  $\frac{16}{27}$ , զ)  $7 \frac{5}{7}$ , է) 28, ը) 7,2: **332.** ա) Արմատ չունի, գ)  $x$ -ը ցանկացած թիվ է, ե) 2,2, գ) 1, է) 5,5, ը)  $1 \frac{5}{7}$ , թ) արմատ չունի, ժ) արմատ չունի, ի)  $x$ -ը ցանկացած թիվ է: **333.** ա)  $2 \frac{1}{11}$ , բ) 2,75, գ)  $1 \frac{1}{3}$ , դ) արմատ չունի: **335.** է) 6, ը) 8: **336.** ա) 5, բ) 2, գ) 3, դ) 0, ե) 6, գ) 2, է) 3, ը) 1: **338.** ա)  $x + 6 + x = 18$ : բ)  $x - 6 + x = 18$ : **341.** ա) 18 և 6 սունկ, բ) 21 և 42 գիրք, **343.** ա) 16 ճուտ, բ) 12 բաղիկ: **344.** ա) 56 և 68 մ, բ)  $7 \frac{1}{2}$  և  $8 \frac{1}{2}$  մ: **349.** 5 կատու: **350.** 6 շուն և 4 կատու: **354.** 36 աշակերտ: **355.** 28 աշակերտ: **356.** 49 և 37: **357.** ա) 820, 1240 և 1170 աշակերտ, բ) 65, 81 և 130 գիրք, գ) 33, 11 և 26 սմ, դ) 1300, 650 և 450 բանվոր: **358.** ա) 650 և 500 դրամ, բ) 50 կմ/ժ: **361.** ա) 6 ձուկ, բ) 0,5 կգ: **362.** ա) 8 և 1 սմ, բ)  $8 \frac{1}{3}$  և  $1 \frac{2}{3}$  սմ, գ) 5,5 և 4,5 սմ: **363.** ա) 18 և 20, բ) 4, 6 և 8, գ) 11 և 13, դ) 5, 7 և 9: **364.** ա) 2,4, 0,9 և 3,2 տ, բ) 30, 34 և 32 գիրք:

## § 5

**369.** ք)  $\{\frac{40}{3}\}$ : **370.** ք)  $\{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37\}$ :

**372.**  $\{4; -\frac{1}{3}\}$ : **373.** ե)  $\emptyset, \{3\}, \{6\}, \{9\}, \{3, 6\}, \{3, 9\}, \{6, 9\}, \{3, 6, 9\}$ :

**374.** գ) Օրինակ՝  $C = \{\frac{2}{5}, -4, 6, 1, -\frac{1}{7}, 4\}$ : 5 տարր: **375.** ե)  $(x = 4, y = 2)$ ,  
 $(x = 2, y = 4)$ ,  $(x = 3, y = 4)$ ,  $(x = 4, y = 3)$ : **376.** ք) մեկ տարր, եթե  $x = 2$ , երկու  
տարր, եթե  $x \neq 2$ : **390.** ա) երեք պնդում:

## § 6

**400.** 14 կգ, **403.** ա) 4 օրում, ք) 40 օրում: **404.**  $110 \frac{1}{4}$  մ: **405.** 16 հնձվոր:  
**407.** 540 կմ: **408.** ա) 6 ժամում, ք) 8 օրում: **421.** ա)  $y(6) = -23$ ,  $y(-7) = 29$ ,  
 $y(0,5) = -1$ ,  $y(\frac{2}{3}) = -1 \frac{2}{3}$ : **422.** ա)  $y = 2x$ , ք)  $y = x - 2$ , գ)  $y = x + 5$ , դ)  $y = 4x$ ,  
ե)  $y = \frac{1}{7}x$ , զ)  $y = 2x^2$ : **427.** ա)  $y = 5x$ ; ք)  $y = 2,5x$ : **428.** ա)  $y(1) = 1$ ,  $y(2) = 0,5$ ,  
 $y(5) = 0,2$ ,  $y(0,5) = 2$ ,  $y(\frac{1}{3}) = 3$ : **429.** ա)  $y = 2x - 1$ : **443.** (0; 1): **444.** (-3; 0):  
**468.** ա) 8; ք)  $1 \frac{1}{9}$ , գ)  $\frac{2}{3}$ : **469.** ա)  $y = \frac{4}{3}x$ , ք)  $y = -\frac{1}{8}x$ , գ)  $y = 1,5x$ : **488.** ա) -1,  
ք)  $-\frac{1}{6}$ :

## Խնդիրներ կրկնության համար

- 493.** ա) 835, բ) 4, գ) 975, դ) 12, ե) 47, զ) 1426, է) 114289, ը) 406945, փ) 27, ծ) 4: **508.**  $6 = 2^2 + 2$ ,  $18 = 2^4 + 2$ : **510.** Այո 2-ը: **511.** ա) 23, բ) 31: **512.** ա) 2, 3, 7, 8, բ) եթե թիվը գույգ է: **513.** Յոթ լուծումներից մեկը՝ 378 126: **514.** 2519:
- 518.** ա) 0, բ) 0: **528.** ժ)  $4\frac{1}{8}$ , ի)  $2\frac{5}{6}$ , լ)  $1\frac{5}{6}$ , խ)  $9\frac{4}{5}$ : **529.** ա)  $\frac{1}{3}$ , բ)  $\frac{2}{7}$ , գ)  $\frac{3}{7}$ , դ)  $\frac{125}{396}$ , ե)  $\frac{3}{4}$ , զ)  $4\frac{4}{5}$ , է)  $3\frac{3}{8}$ , ը) 0, փ)  $8\frac{1}{3}$ : **530.** ա) 3, բ)  $\frac{1}{6}$ , գ)  $\frac{3}{4}$ , դ)  $1\frac{1}{2}$ , ե)  $1\frac{3}{4}$ , զ) 4: **531.** ա)  $1\frac{1}{2}$ , բ)  $\frac{12}{25}$ , գ)  $1\frac{8}{27}$ , դ)  $\frac{4}{7}$ , ե)  $\frac{1}{3}$ , զ)  $\frac{2}{7}$ : **532.** ա)  $58\frac{1}{2}$ , բ)  $\frac{2}{3}$ , գ) 33, դ)  $15\frac{15}{16}$ : **538.** գ) 0: **539.** գ) 4, դ) -2: **543.** ա) 3, բ)  $\frac{1}{8}$ , գ) 1,8, դ) 135: **548.** ա)  $\frac{4}{7}$ : **552.** ա) -7,7, բ) -2, գ) 1,7, դ) 4,8: **555.** ա) 0, բ) -0,14: **556.** ա) 14,4, բ) -5,4, գ) -38, դ) 36,5, ե) 20, զ) 0,25, է) -62,2, ը) 4,4: **557.** ա) 6, բ) 0,5, գ) 3,1, դ) 32:
- 559.** ա)  $10\frac{1}{6}$ , բ) 0, գ) 0,25, դ) 4: **564.** ա) 0, բ) 0, գ) 1,4, դ) 2: **566.** ա) 16, բ) 5,375: **567.** ա) 0,156: **568.** ա) 1,05, բ) 0,0115, գ) 4,5, դ) 0,0003: **579.** ա) 0,(8), բ) չկա, գ) 3,6(3): **580.** ա)  $a = -b$ , որտեղ  $b$ -ն ցանկացած թիվ է բ)  $a = b$ , որտեղ  $b$ -ն ցանկացած թիվ է, գ)  $a = 0$ ,  $b$ -ն ցանկացած թիվ է,  $b = 0$ ,  $a$ -ն ցանկացած թիվ է: դ)  $a = 1$ ,  $b$ -ն ցանկացած թիվ է կամ  $b = 0$ ,  $a$ -ն ցանկացած թիվ է: **581.** ա)  $2a$  և 0: **583.** ա) 8, բ) 4, գ) 34: **584.**  $2ab, 4ab, 4ab, 8ab, 10ab$ : **596.** ա)  $10a$ , բ)  $-2x$ , գ)  $-18y$ , դ)  $3a$ , ե)  $-10b$ , զ)  $-5x$ , է)  $-4ab$ , ը)  $-7xy$ , փ) 0, ծ)  $-9ax^2$ : **603.** ա) 2, բ) 5, գ) -6, դ)  $-\frac{1}{4}$ : **604.** ա)  $5a^2b$ , բ)  $26a^3b^3$ , գ)  $pq - p^2 - q^2$ , դ)  $2a^2 + 6m^3$ , ե)  $2y$ , զ)  $2x$ : **608.** ա)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ : **609. Յուզում.** ա) - գ) առաջադրանքներում կիրառեք քառակուսիների տարբերության բանաձևը: **612. Յուզում.** (գ) Գիտարկեք երեք դեպք՝  $n = 3k$ ,  $n = 3k + 1$ ,  $n = 3k - 1$ , որտեղ  $k$ -ն ամբողջ թիվ է: **625.** ա)  $(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 2)$ , գ)  $(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$ : **632.** ա) 91, բ) -46, գ) 50 000, դ) 40 000: **633.** ա) 66,8, բ) 109, գ) 10,8, դ) 169, ե) -0,2, զ)  $8\frac{331}{722}$ , է) 0,8, ը) -100: **635.** ա) 2, բ) 87, գ) 1,48, դ) 1: **636.** ա) 12,5, բ) 0,08, գ)  $3\frac{19}{110}$ : **642.** ա) 2, բ) 1, գ) 5, դ) 2: **644.** ա) 0,6, բ) 2, գ) 2, դ) 5: **645.** ա)  $4\frac{2}{3}$ , բ)  $-\frac{1}{4}$ , գ) 0, դ) 0,2, ե) 8, զ) 7: **646.** ա) 6, բ)  $5\frac{3}{4}$ , գ)  $1\frac{1}{3}$ , դ)  $1\frac{1}{5}$ : **647.** ա) -1,2, բ)  $4\frac{2}{3}$ , գ) 3, դ) 5: **648.** ա) -0,5, բ) -1, գ)  $\frac{232}{45}$ , դ)  $\frac{21}{31}$ : **649.** ա) -9, բ) 1,2, գ) 0,1: **650.** ա) 1,5, բ) -2,2, գ)  $\frac{3}{7}$ , դ)  $-1\frac{1}{3}$ : **651.** ա) 6, բ)  $2\frac{2}{3}$ , գ) 7,5, դ) -2,45, ե) 3, զ) 3, է) 12,

ը)  $-2,4$ : **652.** ա)  $5$ , բ)  $-\frac{1}{4}$ , գ)  $-\frac{5}{7}$ , դ)  $-\frac{10}{53}$ : **653.** ա)  $17,5$ , բ)  $9$ , գ)  $5\frac{5}{7}$ : **654.** ա)  $a$ ,  
 բ)  $1 - a$ , գ)  $2b - a$ , դ)  $a - b - c$ , ե)  $2 - y$ , զ)  $y - 3 - a$ : **656.** ա)  $-6a - 7b$ , բ)  $\frac{3a - 5b}{8}$ ,  
 գ)  $\frac{3a}{a + b}$ , դ)  $1$ , ե)  $\frac{b + c}{a}$ , զ)  $\frac{ab}{a + c}$ : **657.** ա)  $a$ , բ)  $-\frac{3b}{2}$ , գ)  $3c$ , դ)  $2a$ : **658.** ա) Եթե  
 $a = 0$ ,  $b = -3$ , ապա  $x$ -ը ցանկացած թիվ է, եթե  $a = 0$ ,  $b \neq -3$ , ապա հավա-  
 սարունը լուծում չունի, եթե  $a \neq 0$ , ապա  $x = \frac{3 + b}{a}$ : **659.** ա) եթե  $a \neq 2b$ , ապա  
 հավասարումն ունի միակ արմատ՝  $x = \frac{ab}{2b - a}$ , բ) եթե  $a = 2b$ ,  $b \neq 0$ , ապա  
 հավասարունը լուծում չունի, գ) եթե  $a = 2b$ ,  $b = 0$ , ապա ցանկացած թիվ հան-  
 դիսանում է հավասարման լուծում: **670.** ա)  $2376$  դահեկան, բ)  $42$  դրամ, գ)  $126$   
 փաս, դ)  $610$  դահեկան, ե)  $24000$  կայք, զ)  $4200$  դրամ: **671.**  $1,28$  ժ: **672.**  $59$  կմ/ժ:  
**674.** ա)  $900$ , բ)  $20$ : **679.**  $12\ 600$  դրամ: **680.**  $20$ : **681.** ա)  $8$  ժամվա ընթացքում:  
**682.** ա)  $18$  թույն հետո: **685.**  $6$  օրում: **686.**  $1$  ժ  $20$  թույնում: **689.** ա)  $210$  և  $70$ ,  
 բ)  $316$  և  $79$ : **690.**  $150$  կգ: **691.** ա)  $18$  և  $6$ , բ)  $3$  և  $9$ ,  $2$  և  $8$ ,  $1$  և  $7$ : **693.** ա)  $24$   
 օրում, բ)  $45$  օրում: **711.** ա)  $240$  կմ, բ)  $320$  կմ: **712.** ա)  $360$  դ, բ)  $660$  դ:  
**713.** ա)  $10$ , բ)  $36$ : **716.** ա)  $0,5$  ժ, բ)  $0,6$  ժ: **717.** ա)  $4,5$  ժ, բ)  $1\frac{1}{3}$  ժ: **718.** ա)  $6$  ժ,  
 բ)  $6$  ժ: **719.** ա)  $3750$  դրամ, բ)  $9000$  դրամ: **720.** ա)  $125\%$ , բ)  $80\%$ : **721.** ա)  $44$ ,  
 $36$ , բ)  $75$ ,  $25$ : **722.** ա)  $576$ , բ)  $338$ : **725.**  $25\%$ -ով, բ)  $100\%$ -ով: **728.**  $60\%$ -ով,  
 բ)  $79\%$ -ով: **730.** ա)  $1,5$  անգամ, բ)  $2$  անգամ: **733.**  $\frac{abc}{ab + bc + ac}$  ժամում:  
**734.**  $\frac{abx}{ab - ax - bx}$  ժամում: **735.**  $5$  ժամ: **736.**  $3,2$  ժամում: **737.**  $25\%$ : **738.**  $12\%$ :  
**740.** ա)  $1,2$  տ, բ)  $2$  տ: **742.**  $\frac{100p}{100 - p}\%$ : **743.** ա)  $15$  կգ, բ)  $35$  կգ: **748.** Առաջին  
 եղբոր եկամուտն ավելի շատ է: **749.**  $200p + 100q + pq$ : **750.**  $12$  և  $40$  տարի:  
**751.**  $350$  կմ: **752.**  $72$  վերստ: **753.**  $8$  արշինը  $3,5$  ռուբլով: **754.**  $80$  կմ/ժ,  $400$  կմ:  
**755.**  $7,2$  կմ: **756.** ա)  $5$  ժամում, բ)  $36$  կմ, գ)  $7,2$  կմ/ժ: **757.**  $480$  կմ: **758.**  $32$  աշա-  
 կերտ,  $21$  նստարան: **759.**  $30$  աշակերտ: **760.**  $126$  ընտանիք,  $3750$  դրամական  
 միավոր: **761.**  $35,5\%$ : **762.** Կանայք  $12\%$ -ով ավելի են: **763.** Երկրորդ  
 նախագիծը ձեռնառու է, բ)  $50\%$ -ով: **765.**  $44$  կմ: **766.** Մոտավորապես  $436$  մղոն:  
**767.**  $3$  ժամում: **771.**  $6$  և  $2$  օրում: **772.**  $4$  և  $8$ : **773.**  $45$  և  $5$ : **774.**  $4,2$  և  $2,4$  լիտր: **775.**  
 $4$  և  $5$  հարյուրերորդական: **776.**  $3$  և  $5$  լիտր: **777.**  $40$ ,  $35$  և  $25$  լիմոն: **780.** ա)  $22$ ,  
 բ)  $85$   $714$ : **781.**  $40$  և  $56$  ընկույզ: **782.**  $2$  անգամ: **783.**  $2$  անգամ: **784.** Առաջինը  
 ավելի շուտ տեղ հասավ: **785.** ա)  $12$  կմ/ժ, բ)  $12,5$  կմ/ժ: **786.**  $2$  ժ  $55$  ր: **787.**  $60$   
 թույնում: **789.** Առավոտյան ժամը  $6$ -ին: **790.**  $40$  կմ: **812.**  $y = 3x$ :

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

## ԳԼՈՒԽ I

### ՀԱՆՐԱՋԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. Միանդամներ	
1.1. Թվային արտահայտություններ	3
1.2 Տառային արտահայտություններ	7
1.3 Միանդամի հասկացությունը	14
1.4 Միանդամների արտադրյալը, բնական ցուցիչով աստիճան	16
1.5 Միանդամի կատարյալ տեսքը	20
1.6 Նման միանդամներ	24
§ 2. Բազմանդամներ	
2.1. Բազմանդամի հասկացությունը	26
2.2 Բազմանդամների հատկությունները	28
2.3 Կատարյալ տեսքի բազմանդամներ	30
2.4 Բազմանդամների գումարը և տարբերությունը	32
2.5 Միանդամի և բազմանդամի արտադրյալը	36
2.6 Բազմանդամների արտադրյալը	39
2.7 Ամբողջ արտահայտություն և նրա թվային արժեքը	44
2.8 Ամբողջ արտահայտությունների նույնաբար հավասարությունը	50
§ 3. Կրճատ բազմապատկման բանաձևերը	
3.1 Գումարի քառակուսին	54
3.2 Տարբերության քառակուսին	56
3.3* Լրիվ քառակուսու առանձնացումը	59
3.4 Քառակուսիների տարբերությունը	62
3.5 Խորանարդների գումարը	66
3.6 Խորանարդների տարբերությունը	68
3.7* Գումարի խորանարդը	70
3.8* Տարբերության խորանարդը	72
3.9 Կրճատ բազմապատկման բանաձևերի կիրառությունը	74
3.10 Բազմանդամի վերլուծումը արտադրիչների	78

ԳԼՈՒԽ II

ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

§ 4. Մեկ անհայտով գծային հավասարումներ  
4.1 Առաջին աստիճանի մեկ անհայտով հավասարումներ..... 86  
4.2 Մեկ անհայտով գծային հավասարումներ ..... 90  
4.3 Մեկ անհայտով գծային հավասարումների լուծումը ..... 93  
4.4 Խնդիրների լուծում գծային հավասարումների օգնությամբ ..... 98

Պատմական ակնարկ ..... 104

ԳԼՈՒԽ III

ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ԳԱՂԱՓԱՐԸ

§ 5. Բազմություններ  
5.1 Հիմնական հասկացություններ..... 106  
5.2\* Վերջավոր բազմությունների միավորման տարրերի  
քանակը ..... 108  
5.3 Թվային բազմություններ ..... 109

§ 6. Առնչություններ փոփոխական մեծությունների միջև  
6.1 Ուղիղ և հակադարձ համեմատականություններ..... 116  
6.2 Ֆունկցիայի սահմանումը, պարզագույն օրինակներ ..... 122  
6.3 Կոորդինատային հարթություն ..... 127  
6.4 Սյունակային դիագրամներ և գրաֆիկներ..... 132  
6.5 Ուղիղ համեմատականության ֆունկցիան և նրա գրաֆիկը ..... 138  
6.6 Գծային ֆունկցիան և նրա գրաֆիկը ..... 145

**ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԿՐԿՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ**

Բնական թվեր ..... 151  
Ամբողջ թվեր ..... 154  
Սովորական կոտորակներ ..... 154  
Ռացիոնալ թվեր ..... 156  
Տասնորդական կոտորակներ..... 158  
Իրական թվեր ..... 163  
Տառային արտահայտություններ ..... 165  
Գծային հավասարումներ ..... 173  
Տեքստային խնդիրներ ..... 176  
Կոորդինատային հարթություն, գծային ֆունկցիա..... 197  
**ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ** ..... 199

ՍԵՐԳԵՅ ՆԻԿՈԼՍԿԻ, ՄԻԽԱՅԻԼ ՊՈՏԱՊՈՎ,  
ՆԻԿՈԼԱՅ ՌԵՇԵՏՆԻԿՈՎ, ԱԼԵԶՍԱՆԴՐ ՇԵՎԿԻՆ

# ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ

## 7-րդ դասարանի դասագիրք

Թարգմանությունը,  
փոփոխությունները և խմբագրումը՝

Ռուբեն Ավետիսյանի

Տեխն. խմբագիր՝  
Համակարգչային ձևավորող՝  
Կազմի ձևավորումը՝

Արարատ Թովմասյան  
Գևորգ Սահակյան  
«Անտարես» մեդիա հոլդինգի



«Անտարես» հրատարակչատուն, ՀՀ, Երևան - 0009, Մաշտոցի 50ա/1  
Հեռ.՝ (+374 10) 58 10 59, Հեռ. / ֆաքս՝ (+374 10) 58 76 69  
antares@antares.am, www.antares.am

Հանձնված է տպագրության 17.08.11թ.: Տառատեսակը՝ DallakTimeNew: Չափսը՝ 70x100 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>: Տպագրու-  
թյունը՝ օֆսեթ: 13 պայմ. տպագր. մամուլ: Առաջին խմբաքանակ՝ 10 000 օրինակ: Տպագրված է «Անտարես  
Նանո պրինտ» տպարանում, Բագրատունյաց փ. 2-րդ նրբ. 23: Պատվեր՝ № 67: